

1. Bölüm: Giriş

İçindekiler:

- 1.1 Mikro İktisat
- 1.2 Kitabın Planı
- 1.3 Bazı standart kavramlar
 - 1.3.1 Eğitim
 - 1.3.2 İçbükeylik
 - 1.3.3 Çok değişkenli fonksiyonlar
 - 1.3.4 Marjinal ve toplam fonksiyonlar

1.1 Mikro iktisat

Ben iktisada giriş ve mikro iktisat dersleri alırken ders kitapları genel olarak iktisadı, özel olarak da mikro iktisadı, ‘kıt kaynakların alternatifler arasında nasıl dağıtılacağı’nın bilimi’ olarak tanımlardı. Bu çekirdek tanımdan çıkarak mikro iktisadın konusunu seçim yapma problemi (çünkü alternatiflerin olması bunlar arasında seçim yapılacağı anlamına gelir) ve piyasa mekanizmasının kaynak tahsisindeki rolünü kapsayacak şekilde genişletildi. Bu kitabı okuma aşamasına gelmiş olan okuyucu da üretim olanakları eğrisi kullanılarak iktisadi problemin bu tanım çerçevesinde nasıl açıklandığını görmüş olmalıdır. Benzer şeyleri burada tekrarlamayacağız. Mikro iktisadın konusu kaçınılmaz olarak hangi maldan ne kadar üretileceği, üretilen mallardan kimin ne kadar pay alacağı gibi temel soruları ve piyasa mekanizmasının bu soruların cevaplanmasındaki rolünü kapsar. Bu kitabın konularına bakılınca aynı temaların hâlâ geçerli olduğu görülecektir. Birçok durumda temel sorulara verilen cevaplar da aynıdır. Ama zaman içinde yeni yaklaşımlarla yeni cevaplar da ortaya çıkmıştır.

Günümüz mikro iktisat teorisinin çekirdeğinde yapılabilecekler arasından seçim yapma problemi yer alır. Bu problemin öznesi bireysel karar birimidir ve probleme göre adlandırması değişir. Bazı problemlerde özne tüketici, diğerlerinde firma diyeceğimiz karar birimidir. Mikro iktisadın en temel aksiyomu öznenin rasyonel olduğudur. Rasyonel özne bir amaç açısından hesaba dayalı seçim yapar. Problem amaç açısından kazanılacak bir şeyin kalmadığı noktada çözülmüş olur. Çözümünden birimin probleme konu olan karara ilişkin davranışsal fonksiyonları elde edilir.

Bir bireyin karar ve seçimleri ancak diğer bireylerle etkileşim içinde anlam kazanır ki biz bunlara sosyal ilişkiler diyoruz. Sosyal ilişkiler çok boyutludur ve hepsini tek bir yaklaşımla anlayamayız. Zaten bu boyutları farklı ağırlıklarla konu edinen sosyal

bilimler vardır. Mikro iktisadın ele aldığı kararlar bireylerin üretim ve tüketim kararlarıdır. Bireylerin bu kararları çerçevesinde sosyal etkileşimi temel bir sosyal ilişki olan mübadeleyi yaratır. Yani modern mikro iktisadın açıklamaya çalıştığı sosyal ilişki mübadeledir. Bu konuda da mikro iktisat yalnız değildir. Örneğin antropoloji de toplumlarda iş bölümü ve mübadeleyi inceler. Mikro iktisat daha spesifik olarak mübadeleyi rasyonel bireylerin kararlarının koordinasyonu olarak anlamaya çalışır. Ama onu diğer sosyal bilimlerden esas ayıran yukarıda açıkladığımız rasyonel davranış aksiyomundan bireylerin mübadeleye konu olan davranışlarını türetmek yöntemidir.

Bugün bildiğimiz anlamıyla iktisat post-kapitalist çağın bilimidir ve bu bilimin kadim önermesine göre rasyonel bireylerin kararlarından kaynaklanan mübadele piyasa ya da fiyat mekanizması tarafından koordine edilir. Klasik iktisat teorisine göre bu mekanizma kendiliğindendir. Bunu sağlayan da rasyonel bireyler arasında karşılıklı yararlı mübadele olanaklarının var olmasıdır. Çünkü bireylerin rasyonel kararlarından elde etmeyi bekledikleri yararlar ancak mübadele yoluyla gerçekleşebilir. Kısaca, mübadele gereğinin olduğu her durumda piyasa ‘oluşur’ ve mübadelenin sonuçlanmasını sağlar. Üstelik bunu etkin bir biçimde yapar. Yani piyasa üzerinden ulaşılan mübadele dengesinde bireylerin daha fazla ya da farklı bir mübadele ile kazanacakları bir şey kalmamıştır. Yukarıdaki bahsettiğimiz ‘kıt kaynakların alternatifler arasında nasıl dağıtılacağı’ problemi aslında bu kadim önermenin problemleştirilmesidir.

Günümüz mikro iktisadında da piyasa mekanizması birçok mübadele problemini çözen bir mekanizmadır ve bu mekanizmayı anlama çabası hâlâ önemlidir. Tam rekabet koşullarında bireyler arasında sahip olunan kaynağın miktarına göre oluşan servet ve gelir farkları dışında fark yoktur. Herkes aynı şeyi bilir ve hiç kimsede mübadelenin koşullarını ve sonuçlarını etkileyecek güç yoktur. Bu şartlarda piyasa mekanizması klasik tahayyüldeki özelliklere sahiptir. Ama modern mikro iktisat seçim problemini etkileyen önemli bir değişken olarak ‘bilginin’ rolünü belirleyerek piyasa mekanizmasına farklı bir perspektiften bakar. Buna göre rasyonel bireylerin kararları ne bildikleri ve bu bilgiye nasıl ve hangi maliyetle sahip olduklarına bağlı olarak değişir. Herkesin aynı şeyi aynı ölçüde bilmediği ortamda stratejik davranış ön plana çıkar. Stratejik davranış da rasyonel seçim yapma esasına dayanır. Ama tam rekabetin aksine stratejik davranan bireylerin olduğu ortamda rasyonel seçim yapmak başkalarının ne yapabileceğine ilişkin bir fikir sahibi olmayı gerektirir. Stratejik davranan bir birim diğerlerinin neyi bildiğine ve nasıl davranacağına ilişkin farklı bir tahminle aynı verilerle çok farklı kararlar alabilir.

Tam rekabet koşullarında bir işçi ücret alan ve bir üretim sürecinde kendisi için tanımlanan bir işi monoton olarak yapan bir bireydir. Firma denilen birim ortalama üretkenliğini bildiği işçileri kiralar, sonrasında üretim kendiliğinden gerçekleşir. Yani firma üretim süreçlerinin takibi ve denetlenmesi gibi fonksiyonları olan kendi iç düzenlemesine sahip bir kurumsal yapılanma olarak değil, sadece gerekli ödemeyi yaparak üretim faktörlerini bir araya getiren bir katalizördür. Başka bir anlatımla piyasanın kendiliğindenliği gibi üretim de kendiliğindendir. Ama örneğin bir işçinin üretkenliği bir işi yaparken ne kadar çaba harcayacağından bağımsız değildir. Stratejik davranan bir işçi davranışlarının gözlenemediği anlarda daha az çaba sarf edebilir. Böyle olunca üretkenlik bir işçiye içkin olan ve onu kiralamak yoluyla elde edilebilen fiziki bir özellik olmaktan çıkar. Aksine üretkenlik firma sahibinin iş sürecini nasıl düzenleyip gözlem altında tuttuğuna, işçi ile firma arasındaki anlaşmanın mahiyetine, dolayısıyla da iş yasalarına ve daha birçok etmene bağlı sosyal bir olaydır. İşte modern mikro iktisat bu karmaşık sosyal olayı stratejik davranan birimlerin kararlarının etkileşimi açısından inceler ve klasik anlayışla ulaşılamayacak sonuçlara ulaşır. Örneğin, kitabın 3. bölümünde göreceğimiz gibi, klasik tam rekabet modelinin aksine rasyonel bireylerin bireysel çabasından her zaman kendiliğinden etkin bir mekanizma çıkmayabilir.

Bugün geline anlaşıya göre piyasa bir kurum ve kural manzumesidir ve birçok önemli piyasa ancak bu çerçevede işleyebilir. Karşılıklı yararın olduğu her durumda piyasa oluşamayabilir ve söz konusu yararlar ancak kamu düzenlemeleri ile oluşan bir çerçevede kısmen elde edilebilir. Bu kitap mikro iktisadın piyasayı kendiliğinden bir mekanizma olarak kurgulamasından başlayarak kendi yöntemi ile bu yeni anlayışa nasıl geldiğinin bir anlatımıdır.

1.2 Kitabın Planı

Kitap üç kısımdan oluşuyor. İlk kısım rasyonel birimlerin tüketim ve üretim kararlarını nasıl oluşturduklarını göreceğiz. Bu kısımda ulaşılan sonuçlardan kadar önemli olan mikro iktisadın yöntemi açıklanmaktadır. Buna göre ilk olarak bir rasyonel karar alma probleminin nasıl tasarlandığı ele alıyoruz. Sonra problemin nasıl çözüldüğü ve çözümden davranışsal fonksiyonların (tüketiciler için talep fonksiyonları, üreticiler için arz ve girdi talep fonksiyonları) nasıl elde edileceğini göreceğiz. Bireyler için elde edilen fonksiyonların toplulaştırılarak piyasaya yansıyan davranışsal fonksiyonları ve bunların özelliklerini de bu kısımda ele alıyoruz. İkinci kısım piyasa mekanizmasının klasik analizine ayrılmıştır. Tam rekabet şartlarında önce tek bir piyasada kısmi denge bağlamında piyasa

mekanizmasının nasıl çalıştığını göreceğiz. Bu basit modeli kullanarak piyasa mekanizmasına vergi, sübvansiyon ya da doğrudan fiyat kontrolleri yoluyla yapılan müdahaleleri değerlendireceğiz. Bu kısmın diğer önemli konusu da girdi talebi ve marjinalist bölüşüm teorisidir. İkinci kısmın diğer bölümlerinin konusu genel denge analizidir. Önce iki piyasalı bir mübadele ekonomisinde klasik tahayyülü ortaya koyuyoruz. Aynı bölümde piyasa mekanizmasını toplumsal refah analizinde açısından değerlendiriyoruz. Daha sonra iki sektörlü bir üretim ekonomisinde genel denge modelinin bazı standart uygulamalarını ele alıyoruz. Üçüncü bölüm stratejik davranışı konu ediniyor. Kısım stratejik davranışı analiz etmenin metodu olarak oyun kuramından gerekli olan bazı temel kavramaların özeti ile başlıyor. Daha sonra piyasa gücünden kaynaklanan stratejik davranış ele alınıyor. Kamusal mallar ve dışsallık sorunları bağlamında mülkiyet hakkı ve işlem maliyetleri kavramları anlatılıyor. Bir sonraki bölümde riskli durumlarda rasyonel davranışın prensiplerini göreceğiz. Bu yeni aletleri kullanarak asimetrik bilgi koşullarında piyasa mekanizmasının nasıl analiz edildiği de son bölümün konusunu oluşturuyor.

1.3 Bazı standart kavramlar

Bir seçim probleminin çözüldüğü noktada farklı davranarak kazanacak bir şey kalmamıştır dedik. Bu nokta marjinalist prensip diyeceğimiz yaklaşımla bulunur. Prensip farklı davranışı seçime konu olan değişkende yapılacak ‘küçük’ ya da *marjinal* değişimler olarak ele alır. Eğer marjinal bir değişiklik mümkünse ve daha iyi bir duruma yol açıyorsa hâlâ kazanacak bir şey var demektir. Bu nedenle kitapta gerekli olduğu kadarıyla ‘küçük değişikliklerin’ analizinde kullanılan bazı kavramları tekrar edeceğiz.

1.3.1 Eğim

Bir doğrunun denkleminin

$$y = a + mx$$

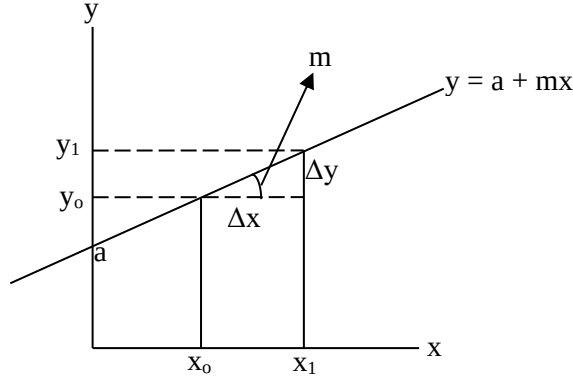
olduğunu hepimiz biliyoruz. Buna göre bir x_0 değeri için $y_0 = a + mx_0$ ve bir x_1 değeri için $y_1 = a + mx_1$ olacaktır. Şimdi, Δ ‘fark’ operatörünü

$$\Delta x = x_1 - x_0 \quad \text{ve} \quad \Delta y = y_1 - y_0$$

olarak tanımlarsak (farkları alırken sıralamanın muhafaza edildiğine dikkat ediniz)

$$\Delta y = y_1 - y_0 = a + mx_1 - (a + mx_0) = m\Delta x$$

olduğunu görürüz. Buna göre ‘y’deki değişme, x’teki değişimin m katıdır.’ İşte bu anlamda ‘m’ denklemini $y = a + mx$ olan doğrunun eğimidir. Şekil 1.1’de ‘ $m = \Delta y / \Delta x$ ’ eğimi kenarları Δy ve Δx olan dik üçgenin oluşturduğu açı olarak gösterilmiştir.

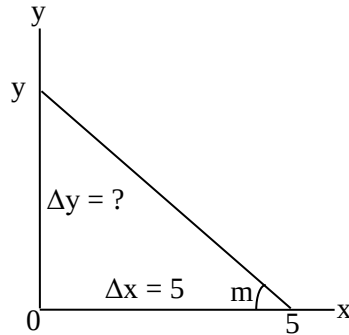


Şekil 1.1 Bir Doğrunun Eğimi

Şekil 1.1’deki gösterime göre $a > 0$ ve $m > 0$ olmak üzere doğrunun düşey eksen keseni ve eğimi pozitifdir. Buna göre x artarsa y’de artar ve artışın ne kadar olacağını da eğim belirler.

Örnek 1.1

Şekilde %10 eğimli bir kaydırak gösterilmiştir. Buna göre kaydırığın yüksekliği (y) kaçtır?



Kaydırığın yüzeyini oluşturan doğrunun eğimi $m = -0.1$ (%10) olarak verilmiştir. Eğimin eksili olması gerektiği açıktır, çünkü kaydırakta aşağıya

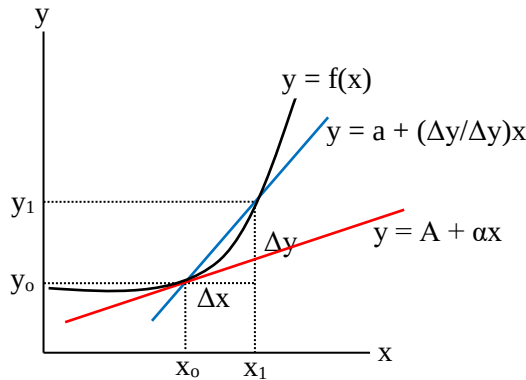
doğru gidildikçe yükseklik azalacaktır. Kaydırığın eğimini bildiğimize göre kaydırığın tepesinden başlayarak tabanda belirli bir mesafe kat edince yüksekliğin ne kadar azalacağını bulabiliriz. Şöyle ki tepeden başlayarak tabanda Δx metre gidilirse yükseklik

$$\Delta y = m\Delta x = -0.1\Delta x$$

kadar azalır. Örneğin, tabanda $\Delta x = 1$ metre gidilirse yükseklik 0.1 metre azalır. Buna göre kaydırığın tepesinden başlayarak tabanda $\Delta x = 5$ metre gidilerek yere geldiğinde yükseklik $\Delta y = m\Delta x = -0.5$ metre azalır. Öyleyse kaydırak yerden 0.5 metre yüksektir.

Bu örnekten anlaşılacağı gibi bir doğrunun eğimini biliyorsak değişimleri doğrunun denklemini bilmeden hesaplayabiliriz. Özetlersek,

- Bir doğrunu eğimi $\Delta y = m\Delta x$ ilişkisi sağlar ve eğim pozitifse x ve y aynı yönde, negatifse aksi yönde değişir. İkisi de pozitif eğimli olan iki doğrudan eğimi daha büyük olan daha diktir. İkisi de negatif eğimli olan iki doğrudan eğimi mutlak değerce daha büyük olan daha diktir (yani daha dik olanın eğimi negatif bir sayı olarak daha küçüktür). Örnek 1.1’de eğim %20 olarak verilirse $m = -0.2$ olur ve daha küçüktür. Ama bu eğimle kaydırak daha dik olur.



Şekil 1.2 Genel Bir Fonksiyonun Eğimi

Şimdi Şekil 1.2’deki gibi bir fonksiyonun x_0 noktasında y_0 değerini aldığını, x_1 noktasında da y_1 değerini aldığını varsayalım. Geçmişte de bu işle uğraşan herkesin aklına ilk geleni yaparak, bir doğru için yaptığımız gibi $\Delta y/\Delta x$ eğimini

hesaplayabiliriz. Bunu yaparsak Şekil 1.2'deki $y = a + (\Delta y/\Delta x)x$ doğrusunu bulmuş oluruz ve x_0 noktasından başlayarak $f(x)$ fonksiyonundaki değişimleri bu doğru üzerinde tahmin edebiliriz. Örneğin $y = x^2$, $x_0 = 1$, $x_1 = 2$ ise $y_0 = 1$ ve $y_1 = 4$ olur. Buradan $\Delta y/\Delta x = 3$ buluruz. Şimdi, ' $x = 1.1$ için x^2 kaçtır?' sorusunu bulduğumuz 'eğimi' kullanarak cevaplırsak $\Delta x^2 = \Delta y = 3\Delta x = 0.3$ ya da $1.1^2 = 1.3$ buluruz ki bunun iyi bir tahmin olmadığını biliyoruz. O halde daha iyi bir tahmini nasıl yapabiliriz?

Şekil 1.2'den görüldüğü gibi tahmin için kullanacağımız eğimin hesaplanması Δx 'in büyüklüğüne bağlıdır. Örneğin $x_0 = 1$, $y_0 = 1$; $x_1 = 1.5$, $y_1 = 2.25$ verileri ile $\Delta x = 0.5$, $\Delta y = 1.25$ ve $\Delta y/\Delta x = 2.5$ bulurduk. Bu 'eğimi' kullanarak $1.1^2 = 1.25$ buluruz ki bu çok daha iyi bir tahmindir. O halde Δx küçüldükçe yapacağımız tahminler daha iyi olur ve tahmin doğruları da $y = A + \alpha x$ teğet doğrusuna yaklaşır:

- Bir $y = f(x)$ fonksiyonunun bir noktadaki eğimi fonksiyona o noktada teğet olan doğrunun eğimidir (α). Bu eğimi kullanarak fonksiyon üzerinde bir noktada 'yeterince küçük' ya da iktisatçıların değimiyle '*marjinal*' x değişimleri için $\Delta y = \alpha \Delta x$ hesaplaması yapabiliriz.
- Bir noktada fonksiyonun eğimi pozitifse o noktada marjinal Δx değişimleri y 'de aynı yönde değişikliğe yol açar: x artarsa y artar; x azalırsa y azalır. Bir noktada fonksiyonun eğimi negatifse o noktada marjinal Δx değişimleri y 'de ters yönde değişikliğe yol açar: x artarsa y azalır; x azalırsa y artar.

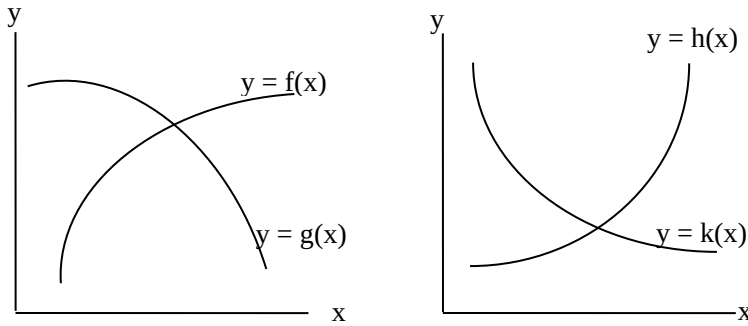
Genel bir fonksiyonun eğiminin nasıl hesaplanacağı matematikçileri türev kavramına getirmiştir. Buna göre bir fonksiyonun bir noktadaki eğimi türevinin o noktadaki değeridir. Yani türev alma bilgimizi kullanarak fonksiyonların eğimini bulabiliriz. Örneğin $y = f(x) = x^2$ fonksiyonunun türevinin $f' = dy/dx = 2x$ olduğunu biliyoruz. Buna göre $x_0 = 1$ noktasında eğim $f'(x_0) = \alpha_0 = 2$ olur ve marjinal Δx için

$$\Delta y = \Delta(x^2) = 2\Delta x$$

yazabiliriz. $\Delta x = 0.1$ koyarsak $\Delta y = 0.2$ yani $1.1^2 = 1.2$ buluruz ve oldukça iyi bir tahmindir. Tahmini daha küçük bir $\Delta x = 0.01$ için yaparsak, $\Delta x^2 = 2\Delta x = 0.02$ yani $1.01^2 = 1.02$ bulurduk ki bu çok daha iyi bir tahmindir. Öte yandan fonksiyonun eğimi $x_1 = 2$ noktasında $\alpha_1 = 2x_1 = 4$ olur. Yani $f(x) = x^2$ fonksiyonu üzerinde x arttıkça eğim artar.

1.3.2 İçbükeylik

Fonksiyonlar eğimlerinin nasıl değiştiğine göre içbükey ve dışbükey olarak sınıflandırılır. Şekil 1.3'nin sol panelinde eğimi azalan iki fonksiyon gösterilmiştir. $y = f(x)$ fonksiyonu pozitif eğimlidir ve x arttıkça eğim azalır. Yani bu fonksiyona x 'in daha küçük değer aldığı noktalarda çizilecek teğetler daha diktir (çizerek gösteriniz). Öte yandan, şekildeki negatif eğimli $g(x)$ fonksiyonunun eğimi x arttıkça küçülür ve fonksiyona x 'in daha büyük değerler aldığı noktada çizilen teğetler daha diktir (çizerek gösteriniz).



Şekil 1.3 İçbükey ve Dışbükey Fonksiyonlar

- Şekil 1.3'nin sol panelindeki gibi x 'in değeri arttıkça eğimi azalan fonksiyonlara içbükey fonksiyonlar denir.

Şekil 1.3'nin sol panelinde eğimi artan iki fonksiyon gösterilmiştir. $y = h(x)$ fonksiyonu pozitif eğimlidir ve x arttıkça eğim artar. Yani bu fonksiyona x 'in daha büyük değer aldığı noktalarda çizilecek teğetler daha diktir (çizerek gösteriniz). Öte yandan, şekildeki negatif eğimli $k(x)$ fonksiyonunun eğimi x arttıkça büyür ve fonksiyona x 'in daha büyük değerler aldığı noktada çizilen teğetler daha yatıktır (çizerek gösteriniz).

- Şekil 1.3'nin sağ panelindeki gibi x 'in değeri arttıkça eğimi artan fonksiyonlara dışbükey fonksiyonlar denir.

Anlaşılabacağı üzere içbükeylik/dışbükeylik eğimin nasıl değiştiğine bağlıdır. Bir fonksiyonun türevi de bir fonksiyon olduğuna göre, onun da türevi varsa, eğimin artan ya da azalan olduğunu kendi türevinden belirleyebiliriz. Bu da bizi ikinci türev

(türevin türevi) kavramına getirir ve $f(x)$ fonksiyonu için $f'(x)$ = birinci türev = eğim; $f''(x)$ = ikinci türev = eğimin eğimi olur. Buna göre:

- Bir fonksiyonun ikinci türevi negatifse, fonksiyon içbükey; pozitifse dışbükeydir. Bu belirlemenin birinci türevin işaretinden bağımsız olduğuna dikkat ediniz. Şekil 1.3'te de bu açıkça görülmektedir.

Örnek 1.2

a) $f(x) = x^2$ fonksiyonu dışbükeydir. Çünkü eğimi $f'(x) = 2x$ dir. Bu türev fonksiyonunun türevi, yani ikinci türev, $f'' = 2 > 0$ olur ve türev fonksiyonu artan bir fonksiyondur. Örneğin, $x = 1$ noktasında $f'(1) = 2$, $x = 2$ noktasında $f'(2) = 4$ olur. Yani x 'in değeri arttıkça eğim artar. Dikkat edilirse $x < 0$ olduğunda bu fonksiyonun eğimi negatiftir ve x arttığında (x sıfıra yaklaştıkça) artar.

b) $x \geq 0$ üzerinde tanımlı $f(x) = 10 - x^{0.5}$ fonksiyonu azalan dışbükey bir fonksiyondur. Çünkü eğim $f'(x) = -0.5x^{-0.5} < 0$ (fonksiyon azalan); ikinci türevse $f'' = 0.25x^{-1.5} > 0$ (eğim artan) olur.

c) $x \geq 0$ üzerinde tanımlı $f(x) = x^{0.5}$ fonksiyonu içbükeydir. Çünkü eğimi $f'(x) = 0.5x^{-0.5} > 0$, $f'' = -0.25x^{-1.5} < 0$. Fonksiyon artandır ama eğimi azalmaktadır: fonksiyon azalarak artmaktadır. İçbükeylik azalan getirilere karşı gelir.

d) Azalan bir fonksiyon olan $f(x) = 20 - x^2$ fonksiyonu da içbükeydir. Bu fonksiyonun eğimi $f'(x) = -2x$ 'tir ve x arttıkça azalır: $f''(x) = -2 < 0$ ($x < 0$ olduğunda eğim pozitifdir, $x > 0$ olduğunda eğim negatiftir ama her iki durumda da eğim x ile azalır).

e) $y = a + mx$, doğrusal fonksiyonu hem içbükey hem de dışbükeydir. Çünkü eğim (= m) sabittir: $f'(x) = 0$.

1.3.3 Çok değişkenli fonksiyonlar

Şimdi $z = f(x, y)$ gibi iki değişkenli bir fonksiyondaki değişimleri nasıl hesaplayabileceğimize değinelim. Bu da fonksiyonun y sabitken x 'e göre; x sabitken y 'ye göre nasıl değiştiğine bakarak yapılır. Değişkenlerden biri sabitken diğeri değişince tek değişkenli bir fonksiyon gibi düşünerek türevini buluruz ki bunlara da kısmi türevler denir. Buna göre

y sabitken: $\Delta z = \alpha \Delta x = x'$ 'te bir değişmenin yol açtığı değişme

x sabitken: $\Delta z = \beta \Delta y = y'$ 'de bir değişmenin yol açtığı değişme

yazabiliriz. Burada $\alpha = \partial z / \partial x$ (z'nin x'e göre kısmi türevi), $\beta = \partial z / \partial y$ (z'nin y'ye göre kısmi türevi) olarak tanımlanır. Buna göre marjinal değişiklikler için

$$\Delta z = (\partial z / \partial x) \Delta x + (\partial z / \partial y) \Delta y$$

z'deki toplam değişme = x'ten kaynaklanan değişme + y'den kaynaklanan değişme

olacaktır. Kısmi türevlerin işaretleri bize değişmelerin yönünü söyler. Bir değişkene göre kısmi türev pozitifse (negatifse) o değişken arttığında fonksiyonun değeri artar (azalır).

Örnek 1.3

a) $z = f(x, y) = ax + by$ fonksiyonu verilmiş olsun. Burada kısmi türevler

$$(\partial z / \partial x) = a \quad \text{ve} \quad (\partial z / \partial y) = b$$

olur. Kısmi türevi x'e (y'ye) göre alırken y (x) sabit bir sayı imiş gibi düşündüğümüz için tek değişkenli ax (bx) fonksiyonunun türevini alır gibi işlem yapılır. Buna göre, örneğin $a > 0$ ise y sabitken x artarsa fonksiyonun değeri artar. Toplam değişmeyi

$$\Delta z = \Delta f(x, y) = a \Delta x + b \Delta y$$

olarak yazabiliriz. Örneğin hem $a > 0$ hem de $b > 0$ ise, x ve y artarsa z artar. Ama diyelim $a > 0$ ve $b < 0$ ise, x ve y birlikte artarsa z'deki değişme belirsizdir. Çünkü yapılan varsayımlarla fonksiyon x ile artarken, y ile azalmaktadır. Net etki bunlardan hangisinin daha güçlü olduğuna bağlı olacaktır. Ama x artıp, y azalırsa $f(x, y)$ kesin olarak artar.

b) $z = f(x, y) = x^2 + y^2$ fonksiyonunu ele alalım. Burada

$$(\partial z / \partial x) = 2x$$

$$(\partial z / \partial y) = 2y$$

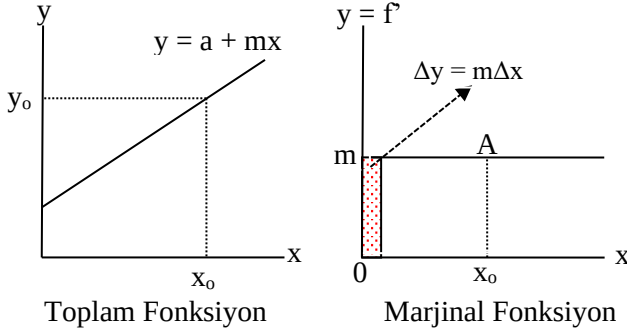
olur. Buna göre $x > 0$ ve $y > 0$ olan bölgede fonksiyon hem x hem de y ile artan fonksiyondur. Toplam değişmeyi de

$$\Delta z = \Delta f(x, y) = (\partial z / \partial x) \Delta x + (\partial z / \partial y) \Delta y = 2x \Delta x + 2y \Delta y$$

olarak yazarız.

1.3.4 Marjinal ve toplam fonksiyonlar

İktisat jargonuyla $y = f(x)$ toplam, $f'(x)$ ise marjinal fonksiyonlardır. Buradaki sorumuz ‘Marjinal fonksiyonu biliyorsak, toplam fonksiyonu ya da değerini herhangi bir x için bulabilir miyiz?’ sorusudur.



Şekil 1.4 Toplam ve Marjinal Eğriler (Fonksiyonlar)

Temel prensibi doğrusal bir fonksiyon üzerinden düşünelim. Şekil 1.4'te $y = a + mx$ fonksiyonu verilmiştir. Bu toplam dediğimiz fonksiyondur (bunun örneğin x ile ölçülen bir faaliyetten kaynaklanan toplam maliyeti gösterdiğini düşünebilirsiniz). Bu toplam fonksiyonun eğim ya da marjinal fonksiyonu $y = m$ olmak üzere sabit fonksiyondur (marjinal fonksiyonu da faaliyette küçük bir artışın yaratacağı maliyet artışı, yani marjinal maliyet, olarak düşünebilirsiniz). Bu fonksiyonu da şekilde sağ tarafta ($y = m$) sabit fonksiyonu ile gösterdik.

Toplam fonksiyon bize bir x_0 için y 'nin değerini verir. Buna göre

toplam fonksiyondan: $y_0 = a + mx_0$

bulunur. Öte yandan marjinal fonksiyondan $\Delta y = m\Delta x$ hesaplaması yapabiliriz. Marjinal bir Δx için $m\Delta x$ Şekil 1.4'te marjinal fonksiyonun altındaki taralı alandır. O halde, $x = 0$ 'dan başlayarak x 'in marjinal artışlarla $x = x_0$ değerine gelene kadar yarattığı artışları toplarsak $0 - x_0$ aralığında oluşan toplam değişmeyi buluruz ki bu da marjinal fonksiyonun altındaki $0mx_0$ alanıdır:

marjinal fonksiyonun altındaki alan $= 0mx_0 = mx_0$.

Burada $a = 0$ olsaydı marjinal eğrinin altındaki alan, karşı gelen x değeri için fonksiyonun değerini tam olarak verecekti. Ama ‘ a ’ sıfırdan farklıysa marjinal

eğrinin altındaki alan, karşı gelen x değeri için fonksiyonun değerinden bir sabit kadar farklıdır.

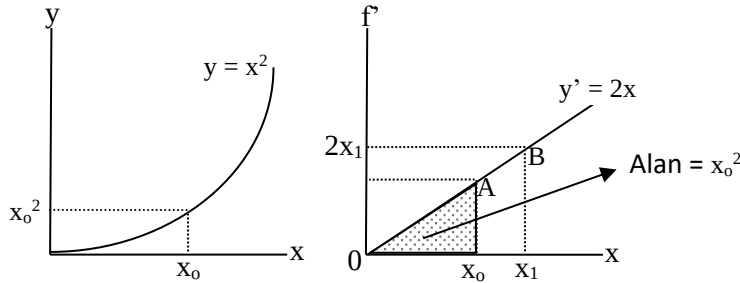
- Marjinal eğrinin altındaki alan toplamı (bir sabit farkıyla, yani bir integral sabiti farkıyla) verir.

Öte yandan,

- Aynı toplam fonksiyon üzerinde işlem yapıldığı sürece bu sabit aynı olacağına göre, fonksiyonun değerindeki herhangi bir değişmeyi marjinal eğrinin altındaki alanın değişmesinden tam olarak hesaplayabiliriz.

Örnek 1.4

$f(x) = x^2$ toplam fonksiyonu için marjinal fonksiyon $f'(x) = 2x$ olur. $f'(x) = 2x$ marjinal eğrisinin altındaki alan bir $0 - x_0$ aralığında Şekil 1.5'te $0x_0A$ alanıdır ve $0.5(x_0)(2x_0) = x_0^2$ olarak bulunur ki bu da x_0 için $f(x)$ toplam fonksiyonunun değeridir. Bu örnekte integral sabiti sıfır olduğunda hesaplama tam olur.



Şekil 1.5 $y = x^2$ fonksiyonu için toplam ve marjinal eğriler

Şimdi, ' $x_0 = 0.17$ değerinden $x_1 = 2$ değerine artarsa x^2 ne kadar değişir?' sorusunu soralım. Bu değişiklik sonunda $f'(x) = 2x$ marjinal eğrisinin altındaki alanda artış Şekil 1.5'te Ax_0x_1B yamuğun alanıdır ve $0.5(2x_0 + 2x_1)(x_1 - x_0) = 3.9711$ olarak bulunur. Bu da anılan aralıkta $f(x) = x^2$ fonksiyonundaki artışın (Δx^2) değerini verir. Buna göre $f(x_1) = 2^2 = f(x_0) + (\Delta x^2) = 0.17^2 + 3.9711 = 4$ olacaktır.