

12. Bölüm: Üretim Ekonomisinde Genel Denge

Mübadele ekonomisinde sabit mal arzlarıyla genel dengenin nasıl oluştuğunu ve özelliklerini gördük. Ama mübadeleye konu olan mallar bir aşamada üretilmiş olmak gerektiğine göre, malların üretildiği bir ekonomiyi ele almak gerekiyor. Bu bölümde tüketicilerin başlangıç donanımları sermaye ve emek olmak üzere üretim faktörleridir ve bunların bireyler arasında dağılımı ve toplamaları sabittir. Genel denge problemi üretim faktörlerinin iki malın üretimine nasıl tahsis edileceğini belirlemektir.

İçindekiler:

- 12.1 Tek Girdili Doğrusal Model
- 12.2 Üretimde Pareto Etkinlik ve Üretim Olanakları Eğrisi
- 12.3 Üretim Ekonomisinde Genel Denge
- 12.4 Genel Modelde Karşılaştırmalı Statik
- 12.5 Vergi Yansıması
 - 12.5.1 Tek Mallı Ekonomide Vergi
 - 12.5.2 Genel Modelde Vergi

12.1 Tek Girdili Doğrusal Model

Bu bölümde iki malın (x ve y) tek girdiyle (emek, L) üretildiği ekonomiyi ele alacağız. Üretim fonksiyonları

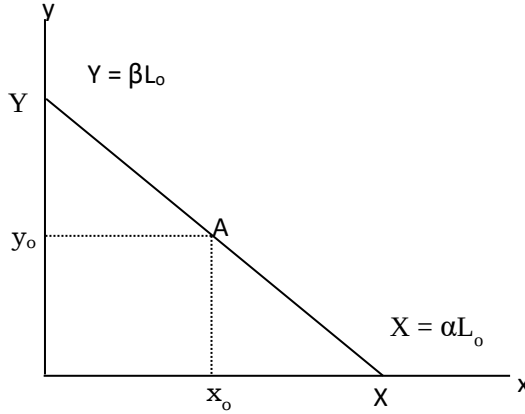
$$x = f(L) = \alpha L_x, \alpha > 0 \quad (L_x = x\text{-sektöründe istihdam})$$

$$y = g(L) = \beta L_y, \beta > 0 \quad (L_y = y\text{-sektöründe istihdam})$$

olsun. Ekonomide toplam işgücü veridir (L_o) ve toplam istihdam bunu aşamaz:

$$L_o = L_x + L_y.$$

Bu ekonominin toplam kaynak kısıdıdır. Buna göre ekonomide tam istihdamdan başlayarak bir maldan daha çok üretilmesi için diğer maldan daha az üretilmelidir. Toplam kaynak kısıdını **üretim olanakları eğrisiyle** gösterebiliriz. Üretim olanakları eğrisi veri kaynaklarla üretilebilecek maksimum mal miktarlarını gösterir.



Şekil 12.1 Tek Girdili Ekonomide Üretim Olanakları Eğrisi

Şekil 12.1 'de bütün işgücü y-sektöründe kullanılırsa en fazla Y kadar y-malı; x-sektöründe kullanılırsa en fazla X kadar x-malı üretilebilir. Bu iki noktayı birleştiren doğru üzerindeki her üretim mümkündür, yani toplam istihdam kısıdına uyar. Örneğin A noktasında (x_0, y_0) üretimi yapılırsa toplam istihdam L_0 olur. YX doğrusu üretim olanakları eğrisidir ve eğimi bize bir birim daha fazla x-malı için ne kadar y-malıdan vazgeçilmesi gerektiğini gösterir. Eğimin mutlak değerine **marjinal dönüşüm oranı** denir.

- **Marjinal Dönüşüm Oranı (MRT)** MRT üretim olanakları eğrisinin eğiminin mutlak değeridir ve eğri üzerinde toplam kaynak kısıdına uyarak daha fazla x-malı üretmek için vazgeçilmesi gereken y-malı miktarını gösterir. MRT x-malının y-malı cinsinden fırsat maliyetidir.

Söyle ki, Δx kadar daha fazla x-malı üretmek için $\Delta L_x = \Delta x / \alpha$ kadar daha fazla işgücü gerekir (çünkü üretim fonksiyonuna göre $\Delta x = \alpha \Delta L_x$ olmalıdır). Üretim olanakları eğrisi üzerinde kalmak için bu miktarı y-üretiminden çekersek y-sektöründe istihdam $\Delta L_y = -\Delta L_x = -\Delta x / \alpha$ kadar azalır ve

$$\Delta y = \beta \Delta L_y = \beta (-\Delta x / \alpha) = -(\beta / \alpha) \Delta x \rightarrow \text{Eğim} = -\Delta y / \Delta x = -\beta / \alpha \rightarrow \text{MRT} = \beta / \alpha$$

olur. Burada $\beta = g_L$ = emeğin y-sektöründe marjinal üretkenliği, $\alpha = f_L$ = emeğin x-sektöründe marjinal üretkenliği olduğu hatırlanırsa genel olarak

$$\text{MRT} = \frac{g_L}{f_L}$$

elde edilir. Özetle,

- Üretim olanakları eğrisi toplam kaynak kısıdına uyulduğunda üretilebilecek maksimum mal miktarlarını gösterir. Eğri üzerinde toplam girdi kullanımı sabittir ve girdi tam istihdam edilir. Eğrinin (mutlak değerce) eğimi, MRT, x-malının y-malı cinsinden fırsat maliyetidir.

Örnek 12.1

Doğrusal modelde üretim olanakları eğrisinin denklemini doğrudan bulabiliriz. Şöyle ki

$$\begin{aligned} x = f(L) = \alpha L_x & \rightarrow L_x = x/\alpha \\ y = g(L) = \beta L_y & \rightarrow L_y = y/\beta \end{aligned}$$

olduğuna göre toplam kaynak kısıdını yazarsak

$$L_o = L_x + L_y = x/\alpha + y/\beta \rightarrow y = \beta L_o - (\beta/\alpha)x$$

bulunur. Dolayısıyla $x = 0$ ise $Y = \beta L_o$, $y = 0$ ise $X = \alpha L_o$ ve eğrinin eğimi açık olduğu üzere $-(\beta/\alpha)$ olur. Yani bir birim daha fazla x-malı için β/α birim y-malı üretiminden vazgeçilmelidir. Bu da $MRT = \beta/\alpha$ demektir. Bunu tanımından giderek

$$MRT = g_L/f_L = \beta/\alpha$$

olarak da bulabiliriz. Örneğin

$$\begin{aligned} x &= 0.5L_x \quad (\alpha = 0.5) \\ y &= L_y \quad (\beta = 1) \end{aligned} \text{ ile}$$

$$MRT = g_L/f_L = \beta/\alpha = 2$$

bulunur. Üretim olanakları eğrisinin denklemi de

$$y = Y - MRTx = L_o - 2x$$

olur. Bunu yapabiliyoruz çünkü doğrusal modelde MRT sabittir.

Şimdi, bu ekonomide Şekil 12.1 'de YX üretim olanakları eğrisi üzerindeki her üretim mümkündür. Genel denge problemi bunlardan hangisinin üretileceğini yani üretim desenini bulmaktır. Bunu yapabilmek için de talep yapısını belirlememiz gerekir. Talep tüketicilerin tercihlerine, gelirlerine ve fiyatlara bağlıdır. Doğrusal teknolojiyle her iki malın arz fonksiyonun da sonsuz esnek ve rant (kâr) sıfır olduğunu biliyoruz. Öyleyse ekonomide sadece emek geliri vardır ve nominal milli gelir $= wL_o$ olur (w = nominal ücret). Bu aşamada en kolayı ekonomideki bütün işçilerin aynı tercihleri olduğunu varsaymaktır. Böylece ekonomide wL_o parasal gelirli fiyat

kabullenici tek bir (temsili) tüketici varmış gibi düşünebiliriz. Öte yandan modelde fiyat kabullenici iki (temsili) firma vardır. Şimdi ekonominin Walrasgil dengesini mübadele ekonomisinde olduğu gibi bilgisayardan birimlere fiyat bildirilmesi gibi kurgulayabiliriz. Bu ekonomide üç birim (tüketici, x-firması, y-firması) ve birimlerin hesap yapılabilmesi için üç fiyat bildirilmesi gerekir: (p_x , p_y , w).

Temsili tüketicinin problemi

$$\begin{aligned} & \text{Max } U(x, y) \\ \text{k.a.} \quad & p_x x^d + p_y y^d = wL_0 \end{aligned}$$

ve çözümünde

$$\begin{aligned} \text{MRS} &= p_x/p_y \\ p_x x^d + p_y y^d &= wL_0 \end{aligned}$$

olur. Buna göre tüketici (p_x , p_y , w) fiyat seti gelince hangi maldan ne kadar talep edeceğini belirler. Burada işgücü arzının L_0 olmak üzere fiyatlardan bağımsız olarak sabit olduğunu varsayıyoruz. Ama tüketicinin işgücü arzını da fiyatlara bağlı olarak belirlediği daha genel bir model kurgulanabilir.

Firmalar kâr maksimize ederler. Doğrusal teknolojiyle fiyat kabullenici firmaların kâr maksimizasyonu probleminden

$$\begin{aligned} p_x &= MC_x = w/\alpha \\ p_y &= MC_y = w/\beta \end{aligned}$$

olması gerektiğini biliyoruz ($MC = w/MP_L$ olduğunu hatırlayınız). Bunu merkezi bilgisayarın da bildiğini ve fiyatları $p = MC$ olarak belirlediğini düşüneceğiz. Bu yapıldığı sürece

$$p_x/p_y = \beta/\alpha = \text{MRT}$$

olacaktır. Buna göre talebin yapısını bilmeden bu ekonomide görelî fiyatlar belirlenmiş olur.

- Tek girdili doğrusal üretim modelinde denge görelî fiyat yapısı talep yapısından bağımsızdır. Dengede

$$\begin{aligned} p_x/p_y &= \text{MRT}, \\ p_x &= w/\alpha \text{ ya da } w/p_x = \alpha, \\ p_y &= w/\beta \text{ ya da } w/p_y = \beta \text{ olur.} \end{aligned}$$

MRT iki malın üretimde fırsat maliyetidir. Görelî fiyat da bu fırsat maliyetini yansıtmalıdır. Şimdi tüketicinin denge koşullarını bu fiyatlarla bir arada

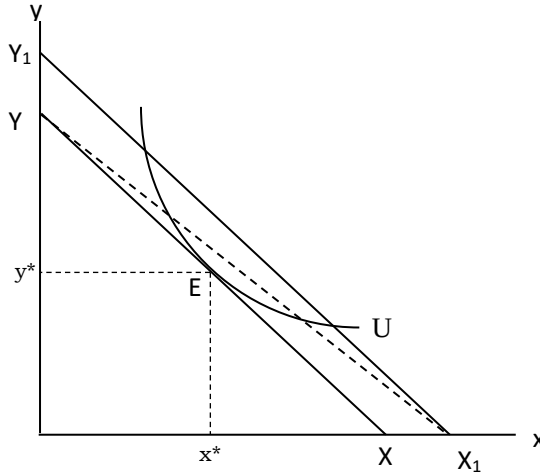
değerlendirirsek, dengede

- $p_x/p_y = MRT = \beta/\alpha = MRS$
 $p_x x + p_y y = w x/\alpha + w y/\beta = w L_o \rightarrow x/\alpha + y/\beta = L_o \rightarrow y = \beta L_o - (\beta/\alpha)x$

olur. Yani denge fiyatlarıyla bütçe kısıdı üretim olanakları eğrisidir. Buna göre genel denge tüketicinin kayıtsızlık eğrisinin üretim olanakları eğrisine teğet olduğu noktada olur. Şekil 12.2’de genel denge bu koşulun sağlandığı YX üzerinde E noktasındadır.

- Doğrusal üretim modelinde denge üretim deseni talep tarafından belirlenir.

Bu ekonomide Walras yasası ve çözümün mahiyeti Kutu 12.1’de biraz daha detaylı açıklanmıştır.



Şekil 12.2 Doğrusal Modelde Genel Denge

Örnek 12.2

Bir önceki örnekte olduğu gibi L_o veri iken

$$x = 0.5L_x$$

$$y = L_y$$

olduğunu varsayalım. Temsili işçinin fayda fonksiyonunun $U = xy$ olsun. Bu verilerle üretim olanakları eğrisinin

$$y + 2x = L_o$$

olacağını gördük. Bu aynı zamanda dengede tüketicinin bütçe kısıdıdır. Burada $\alpha = 0.5$ ve $\beta = 1$ olduğuna göre dengede

$$(p_x/p_y)^* = MRT = 2$$

$$(w/p_y)^* = \beta = 1$$

$$(w/p_x)^* = \alpha = 0.5$$

olur. Görelî fiyatı ve bütçe kısıdını bildiğimize göre tüketici problemini çözebiliriz. Verilen fayda fonksiyonuyla $MRS = y/x$ olduğunu biliyoruz. Tüketici dengesinde

$$MRS = y/x = (p_x/p_y)^* = 2 \quad \rightarrow \quad y = 2x$$

olması gerekir. Yani, veri tercihler ve görelî fiyatı belirleyen teknolojik koşullarla, bu ekonomide dengede x-malı miktarının iki katı y-malı üretilmelidir. O halde, Şekil 12.2'deki E noktasında tüketici denge koşulları

$$y = 2x$$

$$L_o = 2x + y$$

olur ki bu da $x^* = L_o/4$ ve $y^* = L_o/2$ demektir. Bu durumda $L_x = L_y = L_o/2$ olur, yani toplam işgücü iki malın üretimine, tercih yapısına bağılı olarak, eşit olarak dağıtılır.

Bu problemi $U = x^2y$ fayda fonksiyonuyla tekrarlayınız.

Doğrusal modelde iki karşılaştırmalı statik eksersiz yapabiliriz. İlki işgücü arzında bir artışın etkilerine ilişkindir. İşgücü arzı artınca Şekil 12.2'deki YX bütçe kısıdı (üretim olanakları eğrisi) paralel olarak Y_1X_1 konumuna kayar. Çünkü daha fazla girdiyle her iki maldan da daha fazla üretmek mümkündür. Kayma paraleldir çünkü kısıdın eğimi olan MRT aynıdır. Dolayısıyla görelî fiyatlar aynı kalır. Öte yandan bütçe kısıdının paralel olarak sağa kayması tüketici probleminde ele aldığımız nominal gelir artışıyla aynıdır. Her iki malın da normal mallar olduğu varsayımıyla her iki malın üretiminin de artacağını söyleyebiliriz.

İkinci olarak bir malın üretiminde emek verimliliğinde bir artışın etkilerini ele alabiliriz. Diyelim ki üretkenlik artışı x-üretiminde olmuştur ve her iki mal da normal mallardır. Buna göre α artar, yani bir birim girdiyle daha fazla x-malı üretilir. Bu durumda $p_x/p_y = \beta/\alpha$ azalır, yani verimlilik artışına konu olan mal görelî olarak ucuzlar. Şekil 12.2'de $Y = \beta L_o$ ve $X = \alpha L_o$ olduğuna göre, (kırık çizgili) yeni bütçe doğrusu YX_1 olacak şekilde değişir, yani hem gelir hem de görelî fiyat etkisi ortaya

çıkar. Böylece, x-malına olan talep hem gelir hem de ikame etkisiyle artar. Ama y-malına olan talebin nasıl değişeceği belirsizdir. Çünkü talep gelir etkisiyle artarken, ikame etkisiyle azalır. Özetle, x-malının üretiminde emek verimliliği artarsa:

- $p_x/p_y = \beta/\alpha$ düşer (üretkenlik artışına konu olan mal göreceli olarak ucuzlar),
- x-malı cinsinden reel ücret ($w/p_x = \alpha$) artar,
- Üretkenlik artışı olan malın üretimi artar, diğer malın üretimine ne olacağı talep yapısına bağlı olarak belirsizdir.

Kutu 12.1 Walras Yasası ve Genel Denge

Bu ekonomide Walras yasasını görmek için arz ve talep arasında ayırım yapmak gerekir. Şimdi, firmaların bir fiyat setinde x^s ve y^s kadar arz edeceklerini varsayalım. Böyle olunca firmalar,

$$L_x^d = x^s/\alpha$$

$$L_y^d = y^s/\beta$$

kadar da işgücü talep etmiş olurlar. Bunları nominal ücretle çarpıp toplarsak, $p = MC$ koşulunu kullanarak:

$$wL_x^d + wL_y^d = wy^s/\beta + wx^s/\alpha = p_x x^s + p_y y^s$$

elde ederiz. Bunu bütçe kısıdından çıkarırsak:

$$p_x x^d + p_y y^d = wL_o$$

$$-(p_x x^s + p_y y^s = wL^d)$$

$$p_x(x^d - x^s) + p_y(y^d - y^s) + w(L^d - L_o) = 0$$

olmak üzere bu ekonomi için Walras yasasını elde etmiş oluruz: ekonomideki talep fazlalarının değerleri toplamı her fiyat seti için sıfırdır. Buna göre üç piyasada birden talep fazlası olamaz. Dahası, firmaların üretim kararları üretim olanakları eğrisi üzerinde olduğu sürece $L^d = L_o$ olacağına göre Walras yasası mübadele ekonomisinde olduğu gibi $p_x(x^d - x^s) + p_y(y^d - y^s) = 0$ halini alır ki bu da zaten tüketicinin bütçe kısıdıdır. Kısaca, ekonomide üretim olanakları eğrisi üzerinde tam istihdam olduğu sürece ekonominin genel dengesiyle tüketici probleminin çözümü aynıdır.

12.2 Üretimde Pareto Etkinlik ve Üretim Olanakları Eğrisi

İki malın (x ve y)

$$x = F(K_x, L_x), F_K, F_L > 0$$

$$y = G(K_y, L_y), G_K, G_L > 0$$

iki girdili üretim fonksiyonlarıyla üretildiğini varsayalım (F_K (G_K) = sermayenin marjinal üretkenliği, F_L (G_L) = emeğin marjinal üretkenliği). Burada her iki üretim fonksiyonun da içbükey (ya da doğrusal) olduğunu varsayacağız. Böylece ölçeğe göre artan getirileri dışlamış oluyoruz. Ekonomide toplam kaynaklar

$$L_o = L_x + L_y$$

$$K_o = K_x + K_y$$

olmak üzere sabittir. Basit doğrusal modelde olduğu gibi veri kaynaklarla üretilebilecek maksimum (x, y) mal bileşimlerini gösteren üretim olanakları eğrisini elde edebiliriz. Mevcut durumda bu bileşimler aşağıdaki problemin çözümüyle belirlenir:

$$\text{Max } x = f(K_x, L_x)$$

$$\text{k.a. } K1. g(K_y, L_y) = y_o$$

$$K2. K_o = K_x + K_y$$

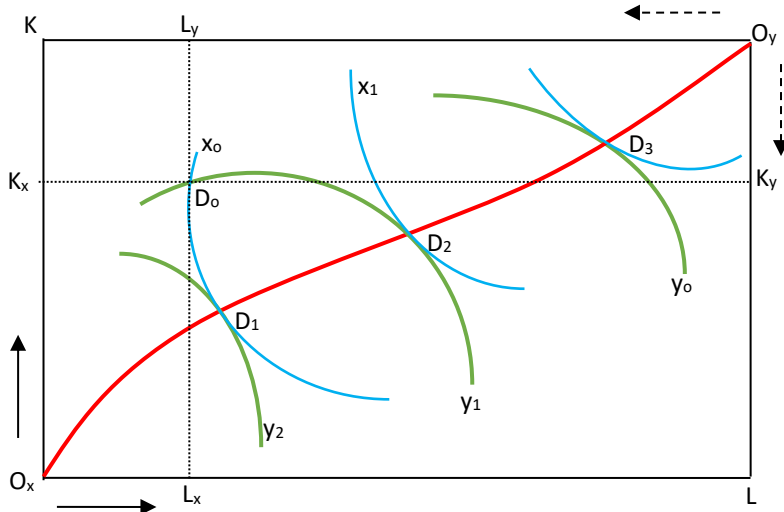
$$K3. L_o = L_x + L_y$$

Şöyle ki, problem y-malının üretimini veri y_o düzeyinde etkilemeden (K1 kısıdı) ve toplam kaynak kısıtlarına riayet ederek (K2 ve K3 kısıtları) x-malının üretimini maksimize etmektir. Problem mübadele ekonomisindeki Pareto etkinlik problemine özdeştir ve marjinalist prensiple gayet kolay çözülür.¹ Çözüm geometrik olarak Şekil 12.3'de Edgeworth kutusunda gösterilmiştir.

¹ Her zaman olduğu gibi kısıtlara uyan marjinal bir değişikliğin amaca etkisine bakıyoruz. y-malı üretiminden ΔL kadar işgücü alarak x-malı üretimine aktaralım. Böylece K3 kısıdına uymuş oluruz. Bu değişiklik sonucunda y-malının üretiminin aynı kalması (K1 kısıdının sağlanması) için bu sektöre $\Delta K = MRTS_y \Delta L$ kadar sermaye girdisi aktarmak gerekir (marjinal teknik ikame oranının tanımını hatırlayınız). K2 kısıdına göre de x-üretiminden aynı miktarda K girdisini çekmek gerekir. Kısaca, bütün kısıtlara uyarak x-üretimine ΔL kadar L verip, $\Delta K = -MRTS_y \Delta L$ kadar K çekmiş oluruz. Bunun sonucunda x-malının üretimindeki değişme:

$$\Delta x = F_K \Delta K + F_L \Delta L = F_K (-MRTS_y \Delta L) + F_L \Delta L = F_K \Delta L [MRTS_x - MRTS_y]$$

olur ($MRTS = MP_L / MP_K$ olduğunu hatırlayınız). Buna göre, kazanılacak bir şeyin kalmadığı, yani $\Delta x = 0$ olduğu, Pareto etkin durumda $MRTS_x = MRTS_y$ olmalıdır.



Şekil 12.3 Edgeworth Kutusu ve Üretimde Etkinlik

Şekilde kutunun boyutları (K ve L) problemin K2 ve K3 kısıtlarına karşı gelir. Dolayısıyla kutunun içinde kalan her girdi dağılımı toplam kaynak kısıtlarına uyar. Kutunun O_x köşesinden x-malı'nın, O_y köşesinden y-malı'nın üretimleri ölçülür. Örneğin D_0 dağılımında x-malı üretimine (K_x, L_x) kadar girdi tahsis edilir ve x-malının üretimi x_0 -eşürün eğrisine karşı gelir. Geriye kalan (K_y, L_y) girdi miktarları y-malına tahsis edilir ve sektörün üretimi y_1 -eşürün eğrisine karşı gelir. Buna göre D_0 kaynak dağılımı Pareto etkin değildir. Çünkü y-üretimini y_1 -eşürün eğrisi üzerinde sabit tutarak x-malının eşürün eğrisini sağa-yukarıya kaydırıp D_2 noktasında x_1 düzeyine getirmek mümkündür. Bu dağılım Pareto etkindir çünkü bu dağılımdan başlayarak x-üretimini (y-üretimini) arttırmak ancak diğer malın üretimi pahasına olabilir. Ama iki eşürün eğrisinin teğet oldukları noktada eğimleri aynı olmalıdır:

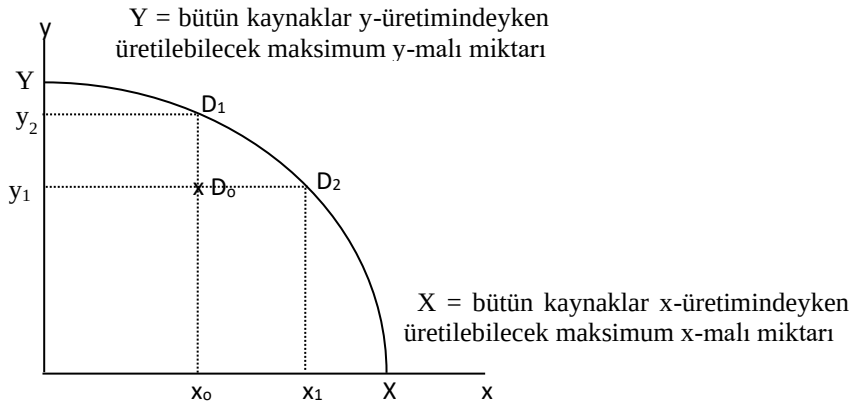
- Üretimde Pareto Etkinlik: $MRTS_x = \frac{F_L}{F_K} = \frac{G_L}{G_K} = MRTS_y$.

Şekil 12.3'den problemi çözerken y-üretimini hangi düzeyde sabit tuttuğumuza bağlı olarak farklı Pareto etkin dağılımlar elde edebileceğimizi görüyoruz. Örneğin, y-üretimi y_2 düzeyinde sabit tutsaydık D_1 Pareto etkin dağılımına gelirdik. Dolayısıyla şekilde O_x-O_y 'anlaşma eğrisi' üzerinde eşürün eğrilerinin birbirine teğet olduğu tüm kaynak dağılımları Pareto etkindir.

Şekil 12.3'deki Pareto etkin girdi bileşimlerinin her birine bir üretim deseni, x ve y miktarı, karşı gelir. Bu miktarlar Şekil 12.4'de **üretim olanakları eğrisi** üzerinde

gösterilir. Eğrinin altında kalan D_0 gibi noktalar etkin olmayan kaynak dağılımlarına karşı gelir. Bu noktadan başlayarak y -üretimini x_0 'da sabit tutup, y -üretimini üretim olanakları eğrisi üzerinde D_1 noktasında y_2 düzeyine kadar arttırmak mümkündür. Şekil 12.4'deki D_1 noktası Şekil 12.3'deki D_1 Pareto etkin kaynak dağılımına karşı gelir. Dolayısıyla

- Üretim olanakları eğrisi üzerindeki her nokta (üretim) Edgeworth kutusu içinde Pareto etkin bir kaynak dağılımına karşı gelir ve veri kaynaklarla üretilebilecek maksimum mal miktarlarını gösterir.



Şekil 12.4 Üretim Olanakları Eğrisi

Eğri üzerindeki noktalardan başlayarak bir maldan diğer malın üretimini azaltmadan daha fazla üretmek mümkün değildir. Basit doğrusal modelde olduğu gibi

- Üretim olanakları eğrisi üzerinde bir noktada bir birim (Δx) daha fazla x -malı üretmek için vazgeçilmesi gereken y -malı miktarına (Δy) Marjinal Dönüşüm Oranı (MRT) denir. MRT mutlak değerce üretim olanakları kümesinin o noktadaki eğimidir.

Eğimi hesaplamak için D_1 gibi bir noktadan başlayarak Δx kadar daha fazla x -malı üretmek istediğimizi düşünelim. İki girdili durumda bunu farklı yollarla yapabiliriz. İlk olarak her iki üretim kolunda K girdisini sabit tutarak sektörler arasında sadece L girdisini aktardığımızı düşünelim. Buna göre, tek girdili doğrusal modelde gördüğümüz gibi $MRT = \frac{G_L}{F_L}$ olur. Ama aynı şeyi her iki üretim kolunda L girdisini sabit tutarak sektörler arasında sadece K girdisini aktararak da yapabiliriz. Bu durumda

benzer argümanlarla $MRT = \frac{G_K}{F_K}$ olur.² Öte yandan Pareto etkinlik koşulunu düzenlersek:

$$MRTS_x = \frac{F_L}{F_K} = \frac{G_L}{G_K} = MRTS_y \rightarrow \frac{G_K}{F_K} = \frac{G_L}{F_L} = MRT$$

elde ederiz. Yani daha fazla x-malı için vazgeçilmesi gereken y-malı miktarı her durumda aynı olmalıdır. Aksi halde kazanılacak bir şey olurdu.

Örnek 12.3

Bir kaynak dağılımında $F_L = 1$, $F_K = 2$, $G_L = 3$, $G_K = 4$ olduğunu varsayalım. Bu durum Pareto etkin değildir:

$$MRTS_x = 1/2 = 0.5 < MRTS_y = 3/4 = 0.75.$$

Bu da kazanılacak bir şey var demektir. Şöyle ki, $MRTS_x = 1/2$, $MRTS_y = 3/4$ olmasının anlamı L-girdisinin y-üretiminde daha verimli olduğudur: üretimi sabit tutmak için marjinal bir birim daha az L-girdisi kullanımı x-üretiminde 0.5 birim, y-üretiminde 0.75 birim daha fazla K-girdisi gerektirir. Her girdiyi daha verimli olduğu alana kaydırarak x-malının üretimini düşürmeden y-malının üretimini arttırabiliriz. Örneğin, x-üretiminden $\Delta L = 1$ birim L-girdisi alarak y-üretimine verirsek, y-üretimi sabit kalmak üzere 0.75 birim K-girdisi açığa çıkar, x-üretimi artar:

$$\Delta x = F_K(\Delta K) + F_L\Delta L = 2(0.75) + 1(-1) = 0.5 > 0.$$

Bu verilerle MRT'yi farklı yollardan hesaplarsak da kazanılacak bir şey olduğunu görürüz. Şimdi,

$$MRT_L = G_L/F_L = 3/1 = 3$$

olur. Yani x-üretimini (marjinal) bir birim arttırmak için sadece L-girdisi aktarırsak, y-üretimi 3 birim düşer. Öte yandan aynı işlemi sadece K-girdisi aktararak yaparsak

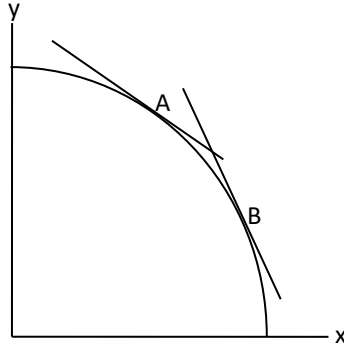
$$MRT_K = G_K/F_K = 4/2 = 2$$

olur, y-üretimi sadece 2 birim düşer. Buradan da L-girdisinin y-üretiminde daha üretken olduğunu görüyoruz.

² $\Delta x = F_K\Delta K_x$ olduğuna göre $\Delta K_x = \Delta x/F_K$ kadar K-girdisini x-üretimine aktararak, y-üretime tahsis edilen miktarı $\Delta K_y = -\Delta K_x = -\Delta x/F_K$ kadar azaltmak gerekir. Böylece $\Delta y = G_K(-\Delta x/F_K) = -(G_K/F_K)\Delta x$ kadar azalır, yani eğrinin eğimi $\Delta y/\Delta x = -(G_K/F_K)$ bulunur.

Kısaca, $MRTS_x \neq MRTS_y$ olduğu sürece kazanılacak bir şey vardır ve Pareto iyileştirme yapmak mümkündür. Dolayısıyla $MRTS_x \neq MRTS_y$ ise üretim olanakları eğrisi üzerinde olamayız. Son olarak burada varsaydığımız gibi üretim fonksiyonları ölçeğe göre sabit ya da azalan getirili ise üretim olanakları eğrisi Şekil 12.5'deki gibi içbükey (ya da Şekil 12.1'deki gibi doğrusal) olur. Şekil 12.5'te içbükey üretim olanakları eğrisi üzerinde B noktasında MRT, A noktasındaki MRT'den daha büyüktür. Yani B noktasından başlayarak daha fazla x üretmek için çok daha fazla y-üretiminden vazgeçmek gerekir.

- **İçbükey Üretim Olanakları Eğrisi (Artan Marjinal Dönüşüm Oranı):** Üretim olanakları eğrisi içbükeydir. Buna göre x-üretimi arttıkça daha fazla x üretmek için daha fazla y-malından vazgeçmek gerekir, yani MRT artar. Doğrusal teknolojiyle MRT sabit olur.



Şekil 12.5 İçbükey Üretim Olanakları ve Artan MRT

Örnek 12.4

a) Üretim fonksiyonları tek girdili $x = f(L) = 0.5L_x$ ve $y = g(L) = L_y^{0.5}$ olsun. Buna göre,

$$f_L = 0.5 \text{ ve } g_L = 0.5L_y^{-0.5} \rightarrow MRT = g_L/f_L = 1/L_y^{0.5} = 1/y$$

olur. Buradan üretim olanakları eğrisi üzerinde x-üretimi artıp, y-üretimi azalırken MRT'nin artacağı açık olarak görülür. Dolayısı üretim olanakları eğrisi Şekil 12.5'de olduğu gibi içbükeydir.

b) Bir önceki örneğin verileriyle $L_0 = 5$ için üretim olanakları eğrisini bularak farklı noktalarda MRT'yi hesaplayalım. Üretim olanakları eğrisi üzerinde

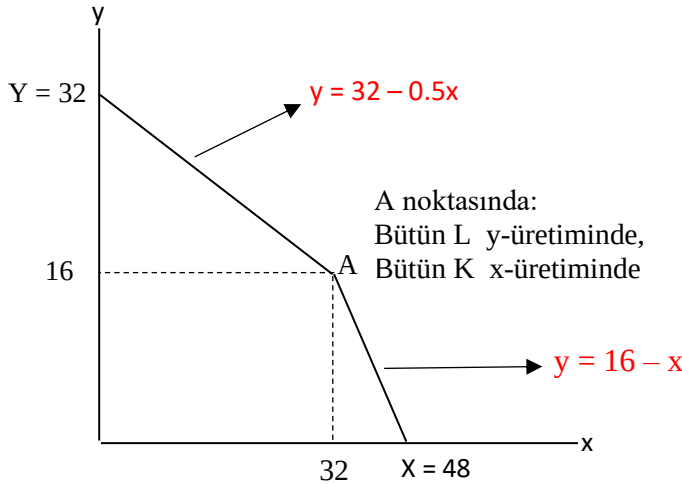
$$L_x + L_y = 5$$

olmalıdır. Verilen üretim fonksiyonlarıyla $L_x = 2x$, $L_y = y^2$ olur. Buradan üretim olanakları eğrisinin denklemi

$$2x + y^2 = 5$$

bulunur. Şekil 12.5'de eğri üzerinde A gibi bir noktada $x = 0.5$ ise $y = 2$ birim üretiliyor demektir. Bu durumda $MRT = 1/y = 0.5$ olur. Yani A noktasından başlayarak marjinal bir birim daha fazla x-malı üretmek için 0.5 birim y-malından vazgeçmek gerekir. Öte yandan, B gibi, diyelim, $y = 1.5$ ($x = 1.375$) birim üretilen noktada $MRT = 1/y = 2/3$ olur: B noktasından başlayarak marjinal bir birim daha fazla x-malı üretmek için $2/3$ birim y-malından vazgeçmek gerekir.

c)



Şekil 12.6 Doğrusal Teknolojiyle Üretim Olanakları

Ekonomide üretim fonksiyonları

$$x = F(K_x, L_x) = 2K_y + L_y$$

$$y = G(K_y, L_y) = K_y + L_y$$

ve toplam kaynak kısıtları da

$$K_x + K_y = 16$$

$$L_x + L_y = 16$$

olsun. Burada

$$\begin{aligned} \text{MRT} &= G_L/F_L = 1/1 = 1 \\ \text{MRT} &= G_K/F_K = 1/2 = 0.5 \end{aligned}$$

olur. Dolayısıyla bu ikisi eşit olamaz. Burada Örnek 12.3'te olduğu gibi L-girdisi y-üretiminde (K-girdisi x-üretiminde) daha üretkendir. Bu durumda etkinliği sağlamak için bir malın üretimin arttırırken mümkün olan her durumda o malın üretiminde daha üretken olan girdiyi aktarmak gerekir. Üretim olanakları eğrisi Şekil 12.6'da gösterilmiştir.

Bütün kaynaklar tahsis edildiğinde en fazla $Y = 32$ birim y-malı üretilebilir. Bu noktadan başlayarak daha fazla x-malı üretmek için başlangıçta sadece K-girdisi aktarmak gerekir: çünkü x-üretimde K-girdisi daha üretkendir. Böylece her birim x-malı için 0.5 birim y-malından vazgeçerek ($\text{MRT} = 0.5$) A noktasına kadar gelinir. Bu aralıkta üretim olanakları eğrisinin denklemi $y = 32 - 0.5x$ olur. A noktasında K-girdisinin tamamı x-üretiminde olduğundan bu noktadan sonra daha fazla x-üretmek için sadece L-girdisi aktarılabilir. Böylece her birim x için bir birim y'den vazgeçerek ($\text{MRT} = 1$) $y = 16 - x$ üretim olanakları eğrisi üzerinde X noktasında maksimum x-üretimine ulaşılır. Dikkat edilirse A noktasında MRT tanımsızdır. Çünkü o noktaya sağdan x artarken yaklaşıldığında $\text{MRT} = 0.5$; soldan y artarken yaklaşıldığında $\text{MRT} = 1$ olur.

12.3 Üretim Ekonomisinde Genel Denge

İki malın (x ve y)

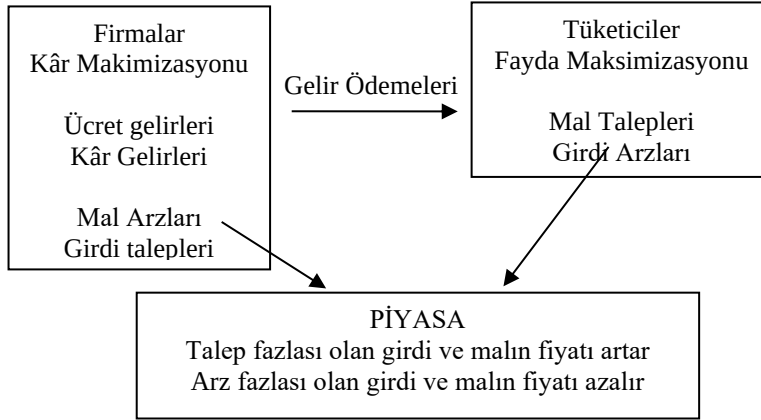
$$x = F(K_x, L_x) \text{ ve } y = G(K_y, L_y)$$

içbükey (ya da doğrusal) üretim fonksiyonlarıyla üretildiği bir ekonomi ele alalım. Ekonomide toplam kaynaklar

$$\begin{aligned} L_o &= L_x + L_y \\ K_o &= K_x + K_y \end{aligned}$$

olmak üzere sabittir. Tüketicilerin geliri sahip oldukları girdilerden elde ettikleri faktör geliridir. Modelde duruma göre tüm gelire sahip temsili bir tüketici ya da emek geliri elde eden temsili bir işçiyle sermaye geliri elde eden temsili bir kapitalist olduğunu farz edilir. Modelde dört piyasa ve dört fiyat vardır: x-malı piyasası (fiyatı p_x), y-malı piyasası (fiyatı p_y), L-girdi piyasası (fiyatı w) ve K-girdi piyasası (fiyatı r). Genel denge problemi bu dört piyasada talep = arz olacak şekilde kaynak

dağılımını ya da hangi maldan ne kadar üretileceğini, yani girdilerin iki sektöre nasıl dağıtılacağını ve bunu sağlayacak denge fiyatlarını bulmaktır. Burada Walrasgil mekanizmanın nasıl çalışacağı Şekil 12.7’te gösterilmiştir.



Şekil 12.7 Genel Denge Piyasa Mekanizması

Firmalar bir $p = (p_x, p_y, w, r)$ fiyat vektörü verildiğinde kâr maksimize ederek ne kadar mal üretmek istediklerini ve bunu hangi girdiden ne kadar kullanarak yapacaklarını belirler. Bu işlemlerin sonunda

$$x^s(p), y^s(p), L^d(p), K^d(p)$$

yani x -malının arzı, y -malının arzı, L ve K girdilerine olan toplam talep, fiyatların fonksiyonu olarak belirlenmiş olur. Bu fiyatlarla firmaların hane halklarına ya da tüketicilere marjinal üretkenlik teorisi gereğince ne kadar ödeme yapacakları da yani tüketicilerin gelirleri de belirlenmiş olur. Eğer ölçeğe göre sabit getiri varsa marjinal ürünlere göre yapılan toplam faktör ödemeleri ürünün değerine eşittir. Eğer ölçeğe göre azalan getiri varsa rant oluşacağı için bu rantın sermaye kira gelirlerine eklendiğini varsayacağız. Tüketiciler elde ettikleri faktör gelirleri ve veri fiyatlarında hangi maldan ne kadar tüketeceklerini ve ne kadar girdi arz edeceklerini belirlerler. Yani

$$x^d(p), y^d(p), L_o, K_o$$

belirlenmiş olur. Basit doğrusal modelde olduğu gibi faktör arzlarının sabit olduğunu varsaydık. Böylece piyasalarda denge koşulları (ED = talep fazlası olduğunu hatırlayarak)

$$ED_x = x^d(p) - x^s(p) = 0$$

$$ED_y = y^d(p) - y^s(p) = 0$$

$$ED_L = L^d(p) - L_o = 0$$

$$ED_K = K^d(p) - K_o = 0$$

olur. Kutu 12.1’de gösterildiği gibi burada da herkes bütçe kısıdına uyarsa her dört piyasada birden arz ya da talep fazlası oluşamaz. Çünkü malların satış hasılatı (ara girdi kullanılmadığı için) faktör gelirleri olarak ödenir. Her tüketici de faktör gelirini kısıt alır. Dolayısıyla bu ekonomi için de

- Walras yasası: $p_x ED_x + p_y ED_y + w ED_L + r ED_K = 0$

geçerlidir. Buna göre üç piyasa dengedeyse dördüncüsü de dengededir. Üstelik üretim olanakları eğrisi üzerinde girdiler tam olarak istihdam edildiğine göre $ED_L = ED_K = 0$ olur ve Walras yasası mübadele ekonomisinde olduğu gibi $p_x ED_x + p_y ED_y = 0$ halini alır. Yani üretim olanakları eğrisi üzerinde iki mal piyasasından biri dengedeyse bütün ekonomi dengededir. Bu gözlemler sonradan önemli olacaktır. Verilen bir fiyat kümesinde denge koşulları sağlanmazsa talep (arz) fazlası olan piyasada fiyat artar (düşer) ve bu süreç sonunda oluşan dengede

- (Walrasgil Genel Denge) Öyle bir fiyat vektörü $(p_x, p_y, w, r)^*$ vardır ki bu fiyat-larda

$$\text{Her üretici kâr maksimize eder: } p_x^* = MC_x, p_y^* = MC_y$$

$$\text{Her tüketici bütçe kısıdı içinde dengededir: } MRS = (p_x/p_y)^*,$$

$$\text{Mal ve girdi piyasaları dengededir: } x^d = x^s, y^d = y^s, L^d = L_o, K^d = K_o.$$

İlk olarak kâr maksimizasyonu koşulundan

$$\left. \begin{array}{l} p_x^* = MC_x = w/F_L = r/F_K \\ p_y^* = MC_y = w/G_L = r/G_K \end{array} \right\} \rightarrow F_K/F_L = w/r = G_K/G_L \rightarrow MRTS_x = MRTS_y$$

elde edilir ki bu Walrasgil dengede üretim kararları Pareto etkin yani üretim olanakları eğrisi üzerinde olur demektir. Aynı koşulu farklı ifade edince önemli bir sonuç elde edilir:

$$p_x^*/p_y^* = (w/F_L)/(w/G_L) = (r/F_K)/(r/G_K) \rightarrow p_x^*/p_y^* = (G_L/F_L) = (G_K/F_K) = MRT.$$

- Walrasgil denge üretim olanakları kümesi üzerindedir ve görelî mal fiyatı marjinal dönüşüm oranına, yani x-malının y-malı cinsinden fırsat maliyetine, eşittir.

Öte yandan her tüketici için $MRS = p_x/p_y$ olduğuna göre

olmak üzere faktör fiyatları (y-malı cinsinden) bulunur. Bu hesaplamayı yapabiliriz, çünkü (D_E dağılımına karşı gelen) denge K_y ve L_y değerlerini biliyoruz ve marjinal üretkenlikler de bunların fonksiyonudur.

Talep tarafına dönersek tüketicilerin gelirleri ellerindeki kaynakların (K ve/veya L) değerine eşittir, yani bulduğumuz faktör fiyatlarına bağlıdır. Öyleyse gelirleri ve talep yapısını bulduğumuz görelî fiyatlarla hesaplayabiliriz. Mübadele ekonomisinde olduğu gibi boyutları üretilen (x^* , y^*) miktarları olan tüketim Edgeworth kutusu içinde anlaşma eğrisi üzerinde D noktasında $MRS = p_x/p_y = MRT$ olmalıdır. Yani denge görelî fiyatlarıyla hesaplanan talep yapısı da toplamaları üretim miktarlarına eşit olmak üzere Pareto etkin olmalıdır.

Örnek 12.5*

Ekonomide üretim fonksiyonları

$$x = F(K_x, L_x) = K_x^{0.5} L_x^{0.5}$$

$$y = G(K_y, L_y) = K_y + L_y$$

olsun. Ekonomide bütün geliri alan ve fayda fonksiyonu $U = xy$ olan tek bir temsili tüketici olsun. Toplam kaynak kısıtları da

$$K_x + K_y = 16$$

$$L_x + L_y = 16$$

olsun. Bu ekonomide Walrasgil genel dengeyi hesaplayalım. Bu verilerle üretimde Pareto etkinlik koşulundan

$$MRTS_y = 1 = MRTS_x = K_x/L_x \rightarrow K_x = L_x$$

olması gerekir. Öte yandan MRT için

$$MRT = G_L/F_L = 1/(0.5K_x^{0.5}L_y^{-0.5}) = 2/K_x^{0.5}L_y^{-0.5}$$

$$MRT = G_K/F_K = 1/(0.5K_x^{-0.5}L_y^{0.5}) = 2/K_x^{-0.5}L_y^{0.5}$$

yazarsak Pareto etkin üretim desenlerinde ($K_x = L_x$) ikisinin eşit ve

$$MRT = 2$$

olduğunu görürüz. O halde üretim olanakları eğrisi

$$y + 2x = 32$$

olur. Bu model özünde doğrusaldır ve Örnek 12.2’de olduğu gibi talepten bağımsız olarak görelî fiyatları bulabiliriz. Dengede $p = p_x/p_y = MRT$ olacağına göre $p = 2$ buluruz. Öte yandan kâr maksimizasyonundan marjinalist bölüşüm teorisi gereği dengede faktörlere marjinal ürünleri ödeneceğine

göre y-sektöründe

$$w/p_y = G_L = 1 \quad (1)$$

$$r/p_y = G_K = 1 \quad (2)$$

olur (w ve r nominal faktör fiyatlarıdır). Böylece, y-sektöründe üretim fonksiyonunun özel hali sayesinde, fazla çaba harcamadan ($p = p_x/p_y$, w/p_y , r/p_y) = (4, 1, 1) denge görelî fiyat vektörünü bulmuş oluruz. Üretim desenini talep yapısı belirler. Tüketicinin bütçe kısıdı

$$p_x x^d + p_y y^d = rK_o + wL_o$$

olduğuna göre her iki tarafı p_y ile bölüp (1) ve (2) denklemlerini kullanarak:

$$p_x x^d + y^d = K_o + L_o = 32 \quad (3)$$

y-malı cinsinden bütçe kısıdını elde ederiz ki bu da zaten $p = 2$ için üretim olanakları eğrisidir. Tüketici dengesinde $MRS = p$ ve veri fayda fonksiyonuyla $MRS = y^d/x^d$ olduğuna göre tüketici dengesinde

$$y^d = p x^d \quad (4)$$

olur. Bu bütçe kısıdında yerine koyulursa $p = 2$ olduğuna göre

$$x^d = 16/p = 8$$

$$y^d = 16 \quad (5)$$

bulunur. Yukarıda $MRTS = 1$ ve her iki sektörde de $K = L$ olması gerektiğini gördük. Buna göre dengede $K_x = 8 = L_x$ kullanılarak $x = 8$; $K_y = L_y = 8$ kullanılarak $y = 16$ birim üretilir. Bu kaynak dağılımı Pareto etkindir.

Bu problemi temsili tüketicinin fayda fonksiyonu $U = x^2 y$ için çözünüz.

12.4 Genel Modelde Karşılaştırmalı Statik*

Model iktisadi analizin birçok konusunda uygulama alanı bulur. Modelden elde edilen karşılaştırmalı analiz sonuçların en ünlülerinden bazıları için ek varsayımlar yapmamız gerekir. Öncelikle üretim fonksiyonlarının **ölçeğe göre sabit getiri** özellikli olduğunu varsayacağız. Maliyet probleminde gördüğümüz gibi firmaların girdi seçimleri girdi fiyatlarının fonksiyonudur ve teknikler sermaye yoğunluğuna (K/L oranına) göre sermaye ya da emek yoğun olarak sınıflandırılır. Bizim modelimizde iki tür firma vardır ve bunların sermaye yoğunluklarını

$$k_x = K_x/L_x \text{ ve } k_y = K_y/L_y$$

olarak göstereceğiz. Ölçeğe göre sabit getirili teknolojiyle $MRTS$ 'nin ölçekten

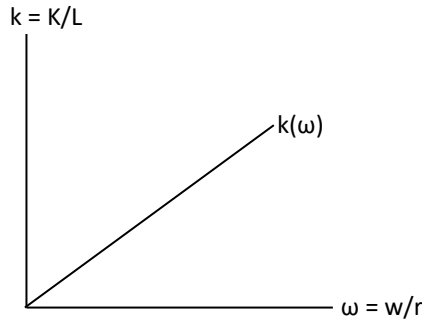
bağımsız olup K/L oranına bağlı olduğunu biliyoruz. Maliyet dengesinde $MRTS = \omega = w/r$ olduğuna göre seçilen tekniklerin sermaye yoğunluğunun görelî girdi fiyatının artan fonksiyonu olur. Bunu en kolay $Q = AK^aL^b$ Cobb–Douglas üretim fonksiyonuyla gösterebiliriz. Bu fonksiyon için $MRTS = (b/a)(K/L)$ olduğunu gördük. Dolayısı ile, maliyet probleminin dengesinde

$$MRTS = (b/a)(K/L) = w/r$$

olur. Buradan maliyeti minimize eden tekniğin sermaye yoğunluğunu ($k = K/L$) görelî girdi fiyatının fonksiyonu olarak

$$k(\omega) = (a/b)\omega$$

olarak yazabiliriz. Fonksiyon Şekil 12.9’te (a/b) eğimli bir doğrudur. Buna göre sermaye yoğunluğu görelî girdi fiyatının monoton artan bir fonksiyonudur.



Şekil 12.9 Görelî fiyatlar ve faktör yoğunluğu

Özetle, genel olarak kâr maksimize eden, dolayısıyla de maliyet problemini çözen, firmalar optimum girdi kullanımlarını

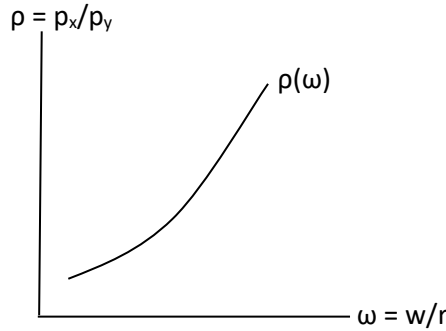
$$k_x = k_x(\omega), dk_x/d\omega > 0$$

$$k_y = k_y(\omega), dk_y/d\omega > 0.$$

olacak şekilde seçerler. Buna göre ω arttığında firmalar daha sermaye yoğun teknikleri seçerler. Çünkü işgücü görelî olarak daha pahalıdır ve ikame yoluyla maliyet artışının bir kısmından kaçınılır. Burada ikinci varsayım malların sermaye yoğunluğu sıralamasının hep aynı kaldığıdır:

- Faktör Yoğunluğu Varsayımı: Mallardan birisi (x diyelim) her görelî faktör fiyatında (ω) daha emek yoğunur: $k_y > k_x$.

Buna göre ekonomide x -malı emek, y -malı sermaye yoğun maldır ve bu sıralama w/r oranı değiştiğinde değişmez. Eğer ω artarsa her iki malın üretiminde de daha sermaye yoğun teknikler kullanılır ama y -malı daha sermaye yoğun olmaya devam eder.



Şekil 12.10 Görelî Faktör ve Mal Fiyatları

Bu varsayım bize malların görelî fiyatlarıyla görelî girdi fiyatları arasında bire bir ilişki kurma imkânı verir. İlk önce hatırlamak gerekir ki ölçeğe göre sabit getirili teknolojiyle maliyet fonksiyonları çıktıda doğrusaldır ($MC = AC =$ birim maliyet) ve bir girdiyi yoğun olarak kullanan malın birim maliyeti içinde o girdinin payı daha fazladır. Şöyle ki ölçeğe göre sabit getiriyle firma dengesinde faktörlere marjinal ürünleri ödendiğinde $pQ = wL + rK$ olduğuna göre

$$\frac{PQ}{wL} = 1 + \frac{rK}{wL} = 1 + \frac{k}{\omega} \rightarrow \frac{wL}{PQ} = \frac{\omega}{\omega + k}$$

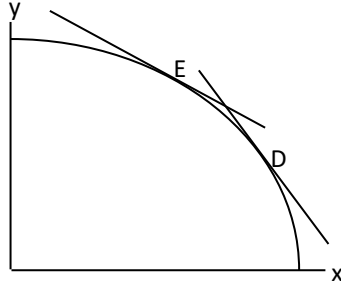
yazabiliriz. Burada wL/pQ işgücünün birim maliyet içinde payıdır. Buna göre biz $k_y > k_x$ varsaydığımızı göre x-malında L girdisinin payı daha fazladır. Öte yandan her malın fiyatının marjinal yani birim maliyete eşit olması gerekir. Şimdi (w/r) görelî fiyatı artınca firmalar ikame yoluyla maliyet artışının bir kısmından kaçınabilseler bile maliyet artar. Ama fiyatı artan girdiyi daha yoğun kullanan malın birim maliyeti ve dolayısıyla da fiyatı daha fazla artar.

- Görelî mal fiyatı, $p = p_x/p_y$, görelî faktör fiyatının artan fonksiyonudur: $p = p(\omega)$, $dp/d\omega > 0$. Yani $\omega = w/r$ arttığında emek yoğun malın diğer mal cinsinden görelî fiyatı artar (Şekil 12.10).

Bu belirlemenin üretim olanakları eğrisi üzerinde tersten okunuşu Stolper-Samuelson teoremi olarak bilinir:

- **(Stopler Samuelson Teoremi)** Üretim olanakları eğrisi üzerinde faktörlerin tam istihdamı sağlanmak üzere bir malın görelî (üretici) fiyatı artarsa, o malın üretiminde yoğun olarak kullanılan girdinin görelî fiyatı ve görelî gelir payı artar: üretim olanakları eğrisi üzerinde kalmak koşuluyla p artarsa ω ve $wL_o/rK_o = \omega/k_o$ artar. Burada $k_o = K_o/L_o$ ekonomide veri olan faktörlerin oranıdır.

Neden? Çünkü bir malın görelî fiyatı artınca malı üreten firmalar o malın üretimini arttırmak ister. Böylece o malın yoğun olarak kullandığı girdiye olan talep görelî olarak artar ve girdinin fiyatı da yükselir. Teorem Şekil 12.11’de fiyat kabullenici küçük ekonominin dış ticarete açılması bağlamında daha detaylı açıklanmıştır.



Şekil 12.11 Stolper-Samuelson Teoremi

Şekil 12.11’da başlangıç dengesi D noktasında dengede olan bir ekonomi ele alalım. Bu dengede görelî mal fiyatı o noktadaki MRT’ye eşittir: $\rho_0 = MRT_D$. Şimdi ekonomi dış ticarete açılsın. Ekonomi fiyat kabullenici olduğuna göre yurtiçi görelî fiyatlarıyla dünya görelî fiyatları eşitlenmek zorundadır. Diyelim ki dünyada emek yoğun mal daha ucuzdur (dünya görelî fiyatı ρ_w daha düşük). Şimdi genel denge çözümünü tersinden yapıyoruz. Dünya fiyatlarına eşit olan yeni $\rho_w = p_x/p_y$ ile yeni üretim dengesi Şekil 12.11’da MRT’nin daha düşük olduğu E gibi bir noktaya gelmelidir. Bunun sonucunda emek yoğun mal (x) üretimi düşer ve hem L_x hem de K_x düşer, ama L_x daha fazla düşer. Öte yandan görelî fiyatı ve üretimi artan sermaye yoğun y sektöründe hem K_y hem de L_y artar, ama K_y daha fazla artar. Dolayısıyla işgücü piyasasında arz fazlası oluşur ve ω düşer. Maliyet minimize eden firmalar daha emek yoğun tekniklere geçerek işgücü arz fazlasını emer. Başlangıçta işsiz kalan girdiler E noktasında şimdi üretimi artan sermaye yoğun malın (y) üretiminde istihdam edilir. Dikkat edilirse E noktasında her iki mal da başlangıç noktasına göre daha emek yoğun tekniklerle üretilir ama y-malı hâlâ daha sermaye yoğundur.

Toplam istihdam sabit kalmak üzere emek yoğun malın görelî fiyatı düştüğüne göre emeğin görelî payı $= wL_0/rK_0 = \omega/k_0$ düşer (k_0 üretim olanakları eğrisi üzerinde sabittir). Bu sonuç marjinalist bölüşüm teorisinin klasik bir uygulamasıdır: gelir dağılımı mal fiyatlarından gidilerek belirlenir. Burada toplam istihdamın sabit kaldığı varsayımı önemlidir. Eğer emek yoğun malın üretiminde işsiz kalan işçilerin hepsi diğer sektörde iş bulamazsa işgücünün görelî payı daha çok düşer. Zaten dış ticaretin serbest bırakılmasına muhalefet çoğunlukla görelî fiyat değişmesi sonucunda daralan sektörlerde belirsiz bir süre için işsiz kalanlar tarafından ortaya konur. Diğer

belirtilmesi gereken husussa E noktasında mal piyasalarında arz talep dengesinin bozulduğudur. Yeni dengede daha az x-malı daha fazla y-malı üretilir. Öte yandan x-malına olan talep ikame etkisiyle artar ama gelir dağılımındaki değişimin (emeğin göreceli gelir payı azalıyor) x-malına olan talebe etkisi belirsizdir. İkame etkisinin baskın olduğunu kabul edersek, x-malında talep ve Walras yasasına göre de y-malında arz fazlası oluşur. Mal piyasalarında denge ancak arz fazlası y-malının ihraç, x-malının ithal edilmesiyle oluşabilir. Bunlar dış ticaret teorisinin konularıdır.

Bu modelle yapılan önemli bir analiz de bir faktörde, L diyelim, artışın etkilerini incelemektir. Karşılaştırmalı statik analizi daha önce (Bölüm 11.2) olduğu gibi başlangıç fiyatlarıyla değişikliğin arz/talep yapısında yol açacağı değişikliği, buradan da fiyatların ne yönde değişmesi gerektiğini bularak yapacağız. Mal ve faktör fiyatları sabitken L artarsa üretim yapısı artan girdiyi istihdam edecek (yani yeni üretim olanakları eğrisi üzerinde olacak) şekilde nasıl değişir? Bunu belirleyebilirsek başlangıç fiyatlarıyla hangi piyasada arz ya da talep fazlası çıkacağını da bulabiliriz. Üretim olanakları eğrisi üzerinde toplam girdi kullanımı toplam arza eşittir. Yani $K_x + K_y = K_o$ ve $L_o = L_x + L_y$ olmalıdır. İlk denklemin her iki tarafını L_o ile bölüp biraz manipüle ederek:

$$\frac{K_x L_x}{L_x L_o} + \frac{K_y L_y}{L_y L_o} = \frac{K_o}{L_o} \rightarrow k_x s_x + k_y (1 - s_x) = k_o$$

elde ederiz. Burada $s_x = L_x/L_o$ toplam işgücünün x-üretiminde istidam edilme oranıdır. Buna göre ekonomide K/L oranı sektörel sermaye yoğunluklarının işgücünün sektörel dağılımıyla ağırlıklı ortalamasıdır (ağırlıklar toplamı bire eşittir). Şimdi, L_o artarsa k_o düşer. O halde denklemin sol tarafı da düşmelidir. Ama göreceli girdi fiyatlarını sabit varsaydıgımıza göre k_x ve k_y sabittir ve bu ikisinin ağırlıklı ortalaması da ancak ağırlığın daha küçük olana kaymasıyla düşebilir. Varsayımımıza göre k_x daha küçük olduğuna göre $s_x = L_x/L_o$ ve x-malının üretimi artmalıdır. Öte yandan $1 - s_x$ düştüğüne göre y-üretiminde istihdam ve üretim düşer. Buradan Rybczynski teoremi olarak bilinen bir ara sonuç çıkar:

- **(Rybczynski teoremi)** Göreceli fiyatlar sabit kalmak üzere bir girdinin miktarı arttığında, yeni üretim olanakları eğrisi üzerinde, girdiyi yoğun olarak kullanan malın üretimi artar, diğer malın üretimi düşer.

Öte yandan fiyatlar sabitken bir girdiden daha fazla varsa gelir yükselir ve her iki malın da normal olduğu varsayımıyla her iki mala olan talep artar. Ama y-malının arzı düştüğüne göre başlangıç fiyatlarıyla y-malında talep, x-malında arz fazlası ortaya çıkar. O halde p_x/p_y ve bununla birlikte w/r düşmelidir. Yani,

- Bir faktörde artış o faktörü yoğun olarak kullanan malın göreceli fiyatını düşürür, üretimini artırır. Faktörün göreceli fiyatı da düşer.

Dikkat edilirse L-girdisinin miktarı arttığında emek yoğun malın göreceli fiyatı düş-tüğü halde üretimi artar. Çünkü işgücü arzı arttığında emek yoğun mala olan talep hem gelir hem de ikame etkisiyle artar ve dengede arz = talep olmalıdır.

12.5 Vergi Yansıması*

Kısmi piyasa modelinde talep ve arz esnekliklerine bağlı olarak satış vergilerinin alıcı ve satıcı fiyatlarına nasıl yansıdığını gördük. Ama daha ilginç olan verginin vergilenen malın üretiminde kullanılan faktörlerin hangisine yansıyacağıdır.

12.5.1 Tek Mallı Ekonomide Vergi

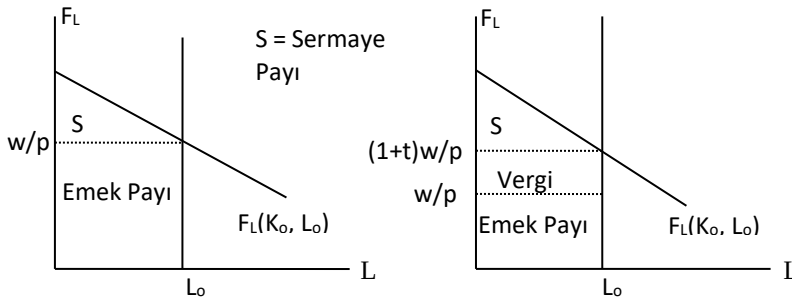
Konuyu önce en basit çerçevede ele alıyoruz. Tek bir mal üreten bir ekonomi ele alalım. Üretim fonksiyonu ölçeğe göre sabit getirili $Y = F(K, L)$, $K = K_0$ ve $L = L_0$ olsun. Vergi dahil tüm gelirin üretilen tek mala harcandığını varsayalım. Bu ekonomide vergi öncesi denge Şekil 12.12'de sol panelde gösterilmiştir. Bu dengede

$$p = MC = r/F_K(K_0, L_0) = w/F_L(K_0, L_0)$$

ya da

$$w/p = F_L(K_0, L_0), \quad r/p = F_K(K_0, L_0)$$

şartları sağlanır ve faktörlerin gelirleri şekilde gösterildiği gibidir. Dikkat edilirse faktörlerin arzı ve kullanımı sabit olduğu için bu ekonomide üretim ve faktörlerin marjinal üretkenliği hep aynı kalır.



Şekil 12.12 Bir Girdinin Vergilenmesi

Şimdi L girdisine t oranında vergi konulduğunu varsayalım. Böyle olunca emeğin firmalara nominal maliyeti her ücret düzeyinde $w(1 + t)$ olurken sermayenin maliyeti aynı kalır. Dengede girdilere marjinal ürünleri ödeneceğine göre

$$w(1 + t)/p = F_L(K_0, L_0),$$

$$r/p = F_K(K_0, L_0)$$

olur. Yani firmalar her faktöre brüt olarak marjinal ürünlerine karşı gelen ödeme yapar. Bu durum Şekil 12.12'in sağ panelinde gösterilmiştir. Sermayenin brüt ve net fiyatı aynı olduğuna göre payı değişmez. Öte yandan w/p işçinin eline geçen ücret olmak üzere vergi sonrası brüt maliyeti marjinal ürününe eşittir ve bütün vergi emeğe düşer.

- Arzı sabit olan bir girdiye konulan vergi, diğer girdilerin arzını ya da mallara olan talebi etkilemediği sürece, tamamen o girdiye yansır.

Bu sonucu elde ederken çıktı ve ikame etkilerinin oluşmadığına dikkat ediniz. Çıktı etkisi oluşmaz çünkü toplam istihdamın ve harcamanın sabit kaldığını (vergi gelirleri de tamamen mala harcanıyor) varsaydık. İkame etkisi faktör maliyetleri firma açısından sabit kaldığı için oluşmaz.

Eğer vergilenen girdinin arzı reel ücretin artan bir fonksiyonuysa girdi vergilendirildiğinde arzın ve talebin esnekliğine bağlı olarak vergi kısmen alıcı fiyatına (firma için vergi sonrası reel ücret) kısmen satıcı fiyatına yansır ve girdinin arzı düşer. Diğer girdinin arzı ve kullanımı sabit kalırsa, vergilenen girdinin geliri hem daha az kullanıldığı (yeni dengede L_1 kadar diyelim) hem de vergi sonrası ücreti daha düşük olduğu için düşer. Öte yandan denge de

$$r/p = F_K(K_0, L_1)$$

olmalıdır. Dolayısıyla sermayenin marjinal üretkenliği daha az emek kullanıldığında daha düşük oluyorsa, sermayenin gelir payı da reel ücreti düştüğü için düşmüş olur.

- Arzı esnek olan bir girdi vergilendiğinde verginin bir kısmı diğer girdiye yansır.

Son olarak bu basit modelde mala t oranında bir vergi konulduğunu varsayalım. Buna göre $p^a = p^s(1 + t)$ olur (p^a = alıcı fiyatı, p^s üretici (satıcı) fiyatı). Firmalar için

$$p^s = MC = w/F_L = r/F_K$$

olacağına göre

$$F_L = w/p^s = w/[p^a/(1 + t)] = w(1 + t)/p^a$$

$$F_K = r/p^s = r/[p^a/(1 + t)] = r(1 + t)/p^a$$

olur. Bu son iki denklemi her iki faktöre aynı oranda vergi koysaydık da aynen elde ederdik.

- Bütün mallara t oranında vergi koymakla bütün faktörlere aynı oranda vergi koymanın etkileri aynıdır.

Her iki faktörün arzı da sabitse genel bir vergi ikisine de başlangıç gelirlerine orantılı olarak yansır. Etkileri özdeş olan bu iki tür verginin farkı kamunun gelirden pay alma mekanizmasıyla ilgilidir. Mallara t oranında vergi konulursa

$$p^a Y \text{ (alıcı fiyatlarıyla milli gelir)} = p^s Y \text{ (üretici fiyatlarıyla milli gelir)} + tY \text{ (dolaylı vergiler)}$$

olur. Yani üreticiler ellerine geçen hasılatla ürettikleri malı piyasa fiyatıyla satın alamaz ve fark kamunun kullanımına geçmiş olur. Öte yandan vergi aynı oranla faktörlere konmuşsa alıcı ve üretici fiyatlarıyla milli gelir aynıdır ama

$$pY \text{ (milli gelir)} = (wL + rK) \text{ (vergi sonrası faktör gelirleri)} + t(wL + rK) \text{ (gelir vergisi)}$$

olur. Yani üreticiler vergi sonrası gelirleriyle milli hasılayı satın alamaz.

12.5.2 Genel Modelde Vergi

Şimdi Bölüm 12.4'teki modeli kullanarak tek sektörlü modelde ele alamayacağımız bazı vergi çeşitlerinin yansımaları ele alalım. Bütün analiz boyunca devletin vergi gelirlerini tüketicilerle aynı biçimde harcadığını, yani vergilendirmenin görece mal talebinde fark yaratmadığını varsayacağız. Faktörlerin arzları sabittir ve her durumda tam olarak istihdam edilirler. Burada ancak ana hatlarıyla değineceğimiz vergi yansımaları kamu maliyesi derslerinin konusudur ve zor bir konudur. Çünkü hesaba katılması gereken çok etken vardır ve açıklamalarda görüleceği gibi sonuçlar bu etkenlere ilişkin varsayımlara çok hassastır.

Bir mala satış vergisi

İlk olarak bir mala satış vergisi konulmasını ele alalım. Emek yoğun mala (x) t oranında bir vergi konulsun. Kısmi piyasa modelinden bildiğimiz üzere başlangıçta malın satıcı fiyatı düşer, alıcı fiyatı artar. Buna bağlı olarak daha az x -malı üretileceğine göre üretim olanakları eğrisi üzerinde sola hareket edilir ve malın görece fiyatı düşer. O halde Stolper-Samuelson teoreminden

- Vergilenen bir malın üretiminde yoğun olarak kullanılan girdinin görece fiyatı düşer ve düştüğü oranda da vergi o girdiye yansımış olur.

Yani bir mala vergi koymak esas itibarıyla o malın yoğun olarak kullandığı girdiyi vergilemek anlamına gelir. Dikkat edilirse vergi genel olarak malın yoğun olarak kullandığı girdiye yansır, sadece o malın üretiminde kullanılan bölümüne değil. Girdinin fiyatının ne kadar düşeceği malın fiyatının artmasının yaratacağı çıktı etkisine

bağlıdır. Bir malın üretimi düşünce çıktı etkisiyle malın üretiminde yoğun olarak kullanılan girdi görelî olarak daha fazla olmak üzere her iki girdi de işsiz kalır. Ortaya çıkan görelî işsizlik ne kadar fazlaysa işgücünün sermaye yoğun sektörde istihdam edilebilmesi için w/r oranının o kadar fazla düşmesi gerekir. Çıktı etkisi hatırlanacağı üzere (Bölüm 10.5) malın kendi talep esnekliğine bağlıdır: vergilenen mala olan talep esnekse çıktı etkisi daha güçlüdür. Bu verginin gelir yönünden etkisidir ve sadece vergilenen malı yoğun olarak kullanan girdi etkilenir. Ama verginin bir de malın kullanıcıları üzerinde alıcı fiyatının yükselmesi yoluyla etkisi vardır. Diğer girdinin sahipleri de bu malı kullanıyor olduklarına göre vergi onlara da alıcı fiyatlarının artması biçiminde yansır ve bu etki malın bütçe içindeki payıyla orantılıdır. Mala yapılan harcama ne kadar fazlaysa verginin etkisi de o kadar güçlü olur. Emek yoğun malı işçiler görece daha fazla kullanıyorsa vergiden daha çok etkilenirler çünkü hem gelirleri düşer hem de görece yoğun talep ettikleri maldan daha az satın alabilirler.

Bir faktöre vergi

Şimdi bir faktöre bir sektörde vergi konulmasının ele alalım. İlk olarak emek yoğun malın üretiminde işgücüne vergi konulduğunu varsayalım. Kısmi piyasa modelinden bildiğimiz üzere verginin alıcı ve satıcı fiyatına ne oranda yansıtacağı girdi talep ve arz fonksiyonlarının esnekliğine bağlıdır. Örneğin, girdinin o sektöre arzı katıysa vergi tamamen işçilerin eline geçen ücrete yansır ve başka etki ortaya çıkmaz. Çünkü firmalar için vergi sonrası ücret aynı kalınca firmaların kararları değişmez: malın üretimi ve görelî faktör kullanımı aynı kalır. Biz burada girdinin diğer sektöre kayabileceğini varsayacağız. Arz esnek olunca vergi kısmen alıcı fiyatına yansır: firmanın ödediği ücret (alıcı fiyatı), birim maliyet ve malın fiyatı artar, işçilerin eline geçen ücret düşer. Burada çıktı ve ikame etkisi olmak üzere iki etki vardır. Bir önceki paragrafta ele alınan çıktı etkisi malın görelî fiyatının artmasına bağlıdır. Orada malın fiyatı satış vergisiyle doğrudan artarken, burada girdinin vergilenmesi yoluyla dolaylı olarak artar. Ama mal fiyatı artınca etkisi aynıdır. İkame etkisi vergi sonucunda girdinin görelî fiyatının $(w(1 + t)/r)$ artması nedeniyle ortaya çıkar ve ikame yoluyla girdinin kullanımından kaçınılır (K/L artar). Dolayısıyla işgücü için her iki etki de aynı yönde çalışarak daha fazla işgücünün açığa çıkmasına yol açar. Diğer girdide ikame etkisi çıktı etkisini kısmen tersine çevirir. Sonuç olarak

- Bir girdinin onu yoğun olarak kullanan sektörde vergilenmesi hem çıktı hem de ikame etkisiyle girdinin görelî fiyatını düşürür.

Öte yandan vergilenen girdi emek yoğun mal üretiminde sermayeyse durum farklı olabilir. Çıktı etkisi biraz daha küçüktür çünkü sermayenin emek yoğun malın birim maliyetindeki payı daha küçüktür. Ama sonuç olarak gene başta işgücü olmak üzere her iki girdi de işsiz kalır. Göreli faktör fiyatı ($w/(1 + t)r$) verginin etkisiyle düşüşüne göre daha emek yoğun teknik kullanılacağı için bu defa çıktı etkisiyle düşen işgücü talebi ikame etkisiyle artarken, sermaye için iki etki aynı yöndedir. İkame etkisi zayıfsa, çıktı etkisiyle göreli olarak daha fazla işgücü açığa çıkacağı için vergilenen sermaye olduğu halde son tahlilde düşen işgücünün göreli fiyatı olabilir! Dolayısıyla emek yoğun sektörde sermaye girdisi vergilendiğinde verginin sermayeye yansımaları için ikame etkisinin yeterince güçlü olması gerekir. Yani bir sektörde sektörün yoğun olarak kullanmadığı girdi vergileniyor ve bu girdinin ikame edilmesi zorsa, vergi diğer girdinin üzerinde kalabilir.

ÖZET

- ✓ Toplam kaynakların sabit olduğu iki mal üretilen bir ekonomide üretimde Pareto etkinlik koşulu $MRTS_x = MRTS_y$ olur.
- ✓ Pareto etkin kaynak dağılımlarına karşı gelen üretim desenleri üretim olanakları eğrisini oluşturur. Üretim olanakları eğrisi üzerinde bütün kaynaklar (girdiler) tam olarak istihdam edilir. Dolayısıyla eğri üzerinde bir maldan ancak başka bir mal daha az üretilirse daha fazla üretilebilir. Bu da iki mal ikame edilebilir demektir ve bu ikamenin hangi oranda yapılacağına marjinal dönüşüm oranı (MRT) denir. MRT üretim olanakları eğrisinin (mutlak değerce) eğimidir ve bir malın diğeri cinsinden fırsat maliyetidir.
- ✓ Tek girdili doğrusal teknoloji modelinde görelî fiyat yapısı talepten bağımsızdır. Talep yapısı üretim desenini belirler. Böyle bir modelden üretiminde üretkenlik artışı olan malın görelî fiyatının düşüp, üretiminin artacağını öğreniyoruz.
- ✓ Genel modelde dört piyasa (emek, sermaye, x-malı, y-malı) vardır. Buna göre Walrasgil dengede her dört piyasada eşanlı olarak arz = talep koşulunu sağlayacak şekilde bir girdi ve mal fiyat vektörünün oluşması gerekir. Genel denge çözümü üretim olanakları eğrisi üzerinde mal piyasalarında dengeyi sağlayacak şekilde görelî mal fiyatının eğrinin eğimine yani MRT'ye eşit olduğu noktadır.
- ✓ Emek yoğun malın sermaye yoğun mal cinsinden görelî fiyatı görelî girdi fiyatının artan fonksiyonudur. İstihdam sabit kalmak üzere dışsal bir nedenle (dış ticarete açılma, vergileme gibi) bir malın görelî fiyatı değişirse malın üretiminde yoğun olarak kullanılan girdinin görelî fiyatı ve gelir payı da aynı yönde değişir (Stolper-Samuelson teoremi).
- ✓ Bir girdinin miktarı artarsa girdiyi yoğun olarak kullanan mal ucuzlar, üretimi artar.

Problemler

1. $x = L_x^{0.5}$ ve $y = L_y^{0.4}$ fonksiyonlarıyla iki mal üretilen bir ekonomide MRT'yi bulunuz.
2. İki mal üreten bir ekonomide üretim fonksiyonları $x = 0.5L_x$ ve $y = L_y$, toplam işgücü arzı $L_0 = 10$, ve bütün geliri harcayan temsili işçinin fayda fonksiyonu $U = x^2y$ olsun. Bu ekonomide genel denge fiyatlarını ve malların ne kadar üretileceğini belirleyiniz.
3. Bir önceki problemin verileriyle diğer her şey aynıyken üretkenlik artışı sonucunda x-malının üretim fonksiyonunun $x = 0.45L_x$ olduğunu varsayarak yeni genel denge çözümünü bulunuz ve iki durumu karşılaştırınız.
4. $x = K_x^{0.5}L_x^{0.5}$ ve $y = K_y + 2L_y$ olmak üzere iki malın üretildiği bir ekonomide bir kaynak dağılımında $K_x = 4$, $L_x = 1$, $K_y = 2$, $L_y = 3$ olsun. Bu dağılımla her iki sektördeki MRTS'yi hesaplayınız. Buna göre, bu kaynak dağılımı etkin midir? Verilen kaynak dağılımı nasıl değişirse üretim artabilir? Bu ekonomi için MRT'yi bulunuz.
5. $x = K_x^{0.5}L_x^{0.5}$ ve $y = K_y + 2L_y$ olmak üzere iki malın üretildiği bir ekonomide $K_0 = 6$ ve $L_0 = 4$ olmak üzere kaynaklar sabittir. Bu ekonomide bütün geliri harcayan temsili bir tüketici vardır ve fayda fonksiyonu $U = xy$ 'dir. Ekonominin genel dengesini bulunuz.
6. Çin kaynaklı ucuz emek-yoğun mal ithalatı sonucunda yurtiçinde hangi faktörün görelî fiyatı azalır?
7. 1960'lı yıllarda Almanya'ya Güney Avrupa ve Türkiye'den gerçekleşen işgücü akımı bu ülkede hangi malların görelî fiyatını ne yönde etkilemiş olmalıdır?
8. Buğday üretimine sübvansiyon verilirse bu hangi girdinin gelirini arttırır? (İpucu: Burada tarla kirası ve emek olmak üzere iki gelir gurubu olduğunu düşününüz.)

Seçilmiş problemlerin çözümü:

1. Örnek 12.4. Burada $MRT = y_L/x_L = \frac{4}{5} \frac{x}{y^{1.5}}$ olur ($L_y^{0.6} = y^{1.5}$).
2. Örnek 12.2. Bu bütçe kısıdı $2x + y = 10$ (üretim olanakları eğrisi) olan tüketicidir.
4. $MRTS_x = K_x/L_x$ olduğuna göre verilen dağılımda $MRTS_x = 4$ olur. Ama $MRTS_y = 2$ olduğu için bu dağılım etkin değildir. Üretim sabit kalmak üzere x-üretiminde (marjinal) bir birim daha fazla L kullanılırsa 4 birim K açığa çıkar. Dolayısıyla y-üretiminden bir birim L alıp 4 birim K verebiliriz ve y-üretimi artar. MRT hesaplamak için önce etkinlik koşulundan $MRTS_x = MTRS_y = 2$ yani $K_x = 2L_x$ olması gerektiğini bulunur. Buna göre

$$MRT = y_K/x_K = 1/(0.5K_x^{-0.5}L_x^{0.5}) = 2\sqrt{2}$$

bulunur. Üretim olanakları eğrisi $y = Y - 2\sqrt{2}x$ gibi görünmektedir. Ama bunun doğru olması için kaynakların orantılı olması gerekir. Diyelim $K_0 = 9$, $L_0 = 4$ verilmiştir. Buna göre $Y = 17$ ve $y = 17 - 2\sqrt{2}x$ olur ve $y = 0$ olunca maksimum x-üretimi $= 17/2\sqrt{2}$ olmalıdır. Ama bütün kaynaklar x-üretiminde kullanılsa $x = (9*4)^{0.5} = 6$ üretebilir, yani üretim olanakları eğrisi $y = 17 - 2\sqrt{2}x$ olamaz. Çünkü etkinlik koşuluna göre $K_x = 2L_x$ olmalıdır, yani üretim olanakları eğrisi üzerinde maksimum y-üretiminden başlayarak x-üretimine 1 birim L ve 2 birim K aktararak ilerlemek gerekir. $K_0 = 9$, $L_0 = 4$ ile bunu $L_x = 4$, $K_x = 8$ olana kadar yapabiliriz ve bu noktada $y = 1$, $x = 4\sqrt{2}$ olur ve bu $y = 17 - 2\sqrt{2}x$ üzerinde son noktadır. Bu noktadan sonra x-üretimine sadece 1 birim K aktarılabilir ve y-üretimi 1 birim düşer, x üretimi $6 - 4\sqrt{2}$ birim artar, yani (yaklaşık) $MRT = 0.343$ olur. Aslına son noktadan sonra $MRT = y_K/x_K = 1/(0.5K_x^{-0.5}L_x^{0.5}) = 1/(0.5K_x^{-0.5}4^{0.5}) = 1/K_x^{-0.5}$ olur ki $K_x = 8$ olan noktada bu da $MRT = 0.353$ demektir. Özetle, kaynaklar orantılı olmadığında üretim olanakları eğrisi iki parçalıdır. Ama $K_0 = 2L_0$ olacak şekilde kaynak sağlanırsa $y = Y - 2\sqrt{2}x$ geçerlidir. Bunu $K_0 = 10$ ve $L_0 = 5$ için sağlayınız. Aynı mülahazalar Örnek 12.5'te ki çözüm için de geçerlidir.

5. Örnek 12.5. Bir önceki problemde $MRT = 2\sqrt{2}$ bulduğumuza (ve verilen kaynaklar orantılı olduğuna) göre ekonomide denge fiyatı $p = p_x/p_y = MRT = 2\sqrt{2}$ olur. Öte yandan dengede $w/p_y = y_L = 2$ ve $r/p_y = y_K = 1$ olur. Temsili tüketicinin talep fonksiyonları

$$x^d = 0.5(wL_0 + rK_0)/p_x = (2.5w + 5r)/p_x = (2.5w/p_y + 5r/p_y)/p$$

$$y^d = (2.5w + 5r)/p_y$$

olduğuna göre dengede $y^d = (5 + 5) = 10$ ve $x^d = 10/2\sqrt{2} = 5/\sqrt{2}$ olur. Son olarak faktörlerin sektörler arasında nasıl dağılacığını bulmamız gerekiyor. Etkinlik koşullarından $K_x = 2L_x$ olması gerektiğinden $x = 5/\sqrt{2} = (2L_x)^{0.5}L_x^{0.5} \rightarrow L_x = 2.5 \rightarrow K_x = 5$, toplam kaynak kısıdından da $L_y = 5 - L_x = 2.5$ ve $K_y = 10 - K_x = 5$ bulunur.

6. Stolper-Samuelson teoremine göre emek yoğun sektörlerde çalışan işçilerin reel ücretleri aşağıya doğru baskı altında olur.

7. Almanya'ya işgücü akımı sonucunda L girdisi artmıştır. Dolayısıyla Almanya'da emek yoğun mallar görece olarak ucuzlamış, üretimleri artmış ve (düz) emeğin ücreti göç öncesine göre düşmüş olmalıdır.

8. Bir sektöre vergi konması o sektörde yoğun olarak kullanılan girdiye yansır. Sübvansiyon negatif vergi olduğuna göre sübvansiyon da sektörde yoğun olarak kullanılan girdiye yansır. Dolayısıyla sektörde yoğun olarak kullanılan girdi işgücü ise sübvansiyondan tarım işçilerinin yararlanmasını bekleriz. Ama tarımsal işgücü arzının çok esnek olduğunu düşünürsek, tarımsal ücretler artmayacağı için sübvansiyonun arazi sahiplerine kalacağını beklemek daha uygun olur. Kendi arazisinde çalışan küçük çiftçiler için sonuç fark etmez.