

13. Bölüm: Stratejik Davranış ve Oyun Kuramının Temel Öğeleri

Sözlüklerde rekabet “aynı amacı güden kimseler arasındaki çekişme, yarışma, yarış” olarak tanımlanır.¹ Bir yarışma ortamında aynı amacı güden kimselerden, ya da rakiplerden, birinin başarısı sadece kendi yaptığına değil, diğerlerinin ne yaptığına da bağlıdır. Dolayısıyla rakipler kendi kararlarını diğerlerinin ne yapacağından bağımsız olarak alamazlar. Aksine, birbirilerinin davranışlarını ve hamlelerini gözleyerek ve kendi kararlarının diğerleri üzerinde etkilerini ve onların buna tepkisini öngörmeye çalışarak, kendi açılarından en uygun davranışı bulmaya çalışırlar. İşte stratejik davranış dediğimiz de budur. Dolayısıyla rekabet bu anlamıyla stratejik davranış içeren bir durumdur. Herkesin fiyat kabullenici olduğu tam rekabet modelinde stratejik davranış ilk bakışta yok gibi görünür. Stratejik davranış oyun kuramı bağlamında inceledikten sonra fiyat kabullenici davranışın hangi koşullarda oluşabileceğini ileriki bölümlerde göreceğiz.

İçindekiler:

- 13.1 Oyun Kuramının Temel Kavramları
- 13.2 Çözüm Kavramları
- 13.2.1 Baskın Strateji Dengesi
- 13.2.2 Nash Dengesi
- 13.3 Tekrarlanan Oyunlar ve Sosyal Kurumların Rolü

13.1 Oyun Kuramının Temel Kavramları

Bu bölümde iş birliğine dayanmayan **stratejik ya da normal biçimli** olarak bilinen oyunları ele alıyoruz. Oyunun iş birliğine dayanmaması oyuncuların sadece kendi kazançlarıyla ilgili olmaları ve strateji seçimini sadece kendi kazançlarını gözeterek yapmaları anlamına gelir. Bu tür oyunların üç ögesi vardır:

- Oyuncu kümesi: $i = 1, 2, \dots, n$ oyuncu,
- Her oyuncu için bir (açık) strateji² kümesi: $S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{ik}\}$ ve bunlardan oluşan strateji profilleri $s = (s_{1j}, s_{2j}, \dots, s_{nj})$ kümesi,
- Her oyuncunun her bir strateji profili için fayda ya da kazanç fonksiyonu:

$$U_i(s) = U_i(s_{1j}, s_{2j}, \dots, s_{nj}).$$

¹ Güncel Türkçe Sözlük, www.tdk.org.tr.

² Burada “açık strateji” deyimini “pure strategy” karşılığında kullanıyoruz. Diğer bir strateji kavramı karma (mixed) stratejidir. Bu kitapta kullanılmayacak olan karma strateji kümesi oyuncunun açık strateji kümesi üzerinde bir olasılık dağılımıdır diyebiliriz.

Burada strateji bir oyuncunun yapabileceği hamle ya da alacağı kararı gösterir ve her bir oyuncu için yapılabilecek hamleler kümesi vardır. Bir strateji profiliyse oyunun bir oynanma biçimidir ve oyuncuların belirli hamle seçimlerine karşı gelir. Oyuncuların kazançları strateji profiline bağlıdır. Başka bir anlatımla kazanç sadece oyuncunun kendi strateji seçimlerine değil, diğerlerinin de seçimlerine bağlıdır.

Bu kavramları saklambaç oyunu çerçevesinde ele alalım. Oyunda iki oyuncu olsun: E (ebe) ve S (sobe). Diyelim ki sobenin saklanabileceği üç yer vardır. Bu yerleri {A, B, C} olarak gösterirsek, sobenin strateji kümesi $S_S = \{s_{S1}, s_{S2}, s_{S3}\} = \{A'ya\ saklan, B'ye\ saklan, C'ye\ saklan\}$ olur. Aşağıda açıklayacağımız tam bilgi varsayımı altında ebe sobenin saklanacağı üç yer olduğunu bilir. Yani ebe gözünü açtığında bakabileceği üç yer vardır ve ebenin strateji kümesi de $S_E = \{s_{E1}, s_{E2}, s_{E3}\} = \{A'ya\ bak, B'ye\ bak, C'ye\ bak\}$ olur. Buna göre bu oyundaki strateji profilleri

$$S_S \times S_E = \{(A, A), (A, B), (A, C), (B, A), (B, B), (B, C), (C, A), (C, B), (C, C)\}$$

olur. Her profilde ilk stratejinin sobeye, ikincinin ebeye ait olduğuna dikkat ediniz. Örneğin, $(s_{S2}, s_{E1}) = (B, A)$ profili “sobe B'ye saklanır, ebe A'ya bakar” olarak okunur. Son olarak oyuncuların kazanç fonksiyonlarını belirtmemiz gerekiyor. Varsayalım ki oyunda kazanan bir puan alır. Buna göre,

$$U_S = \begin{cases} 1, & s_S \neq s_E \\ 0, & s_S = s_E \end{cases}, \quad U_E = \begin{cases} 0, & s_S \neq s_E \\ 1, & s_S = s_E \end{cases}$$

olur. Örneğin, $U_S(A, B) = U_S(\text{Sobe } A'ya\ saklanır, \text{Ebe } B'ye\ bakar}) = 1$, $U_E(A, B) = 0$ olur. Böylece saklambaç oyununun stratejik biçimli bir oyun olarak tanımlanması için gerekli öğeler tamamlanmış olur.

Tablo 13.1 Saklambaç Oyunu				
		E		
S		A	B	C
	A	(0, 1)	(1, 0)	(1, 0)
	B	(1, 0)	(0, 1)	(1, 0)
	C	(1, 0)	(1, 0)	(0, 1)

Stratejik biçimli oyunlar, iki oyuncu ve sonlu sayıda strateji profili için, genellikle bir matris olarak gösterilir. Saklambaç oyunu Tablo 13.1'de gösterilmiştir. Matrisin her hücresi bir strateji profiline karşı gelir ve her hücrede, sırasıyla S'nin ve E'nin

olmak üzere, oyuncuların kazançları yer alır. Örneğin matrisin ikinci satır, üçüncü sütun elamanı $(B, C) = (\text{Sobe } B\text{'ye saklanır, Ebe } C\text{'ye bakar})$ strateji profiline karşı gelir ve bu durumda kazançlar sobe için 1, ebe için sıfırdır. Bu aşamada temel varsayımımızı belirtebiliriz:

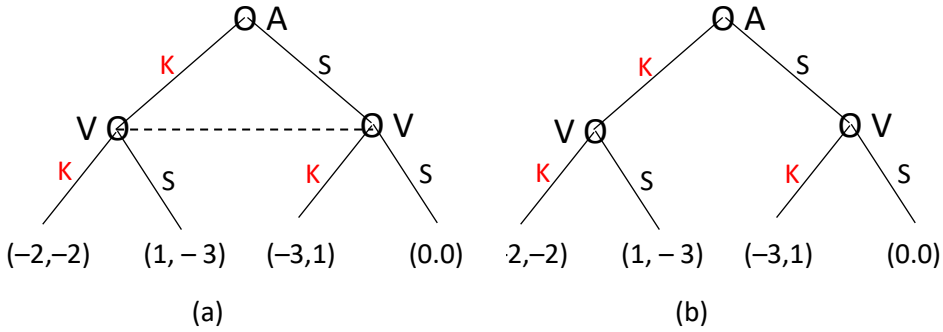
- Tam ve simetrik bilgi varsayımı: Her oyuncu oyunun bütün öğelerini, yani oyuncu listesini, her oyuncunun stratejilerini, bunlardan oluşan strateji profillerini ve her oyuncunun her strateji profili için kazancını bilir.

Saklambaç oyunu bağlamında varsayım oyuncuların Tablo 13.1'deki matrisi bildikleri ve oyunda bu matriste gösterilenler dışında bilinmesi gereken bir şey olmadığı anlamına gelir. Oyunda sobenin dört stratejisi varsa ve ebe bunu bilmiyorsa (asimetrik bilgi), bambaşka bir oyun ortamı oluşur. Dahası her oyuncu diğer oyuncunun aynı şeyleri bildiğini de bilir. Bu konuyu aşağıda tekrar vurgulayacağız.

Bilindiği gibi saklambaç oyununda önce sobe bir strateji (saklanacak yer), sonra ebe bir strateji (nereye bakacağını) seçer. Ama ebe seçimini yaparken, sobenin strateji seçimini bilmez. Dolayısıyla saklambaç oyununda farklı odalarda bulunan oyuncuların birbirlerinden habersiz önlerindeki A, B, C düğmelerinden birine bastıklarını düşünmek farklı bir sonuç yaratmaz. Eğer her iki oyuncu da aynı düğmeye basmışsa ebe, farklı düğmelere basmışlarsa sobe kazanmış olur. Tablo 13.1 bu anlayışla oluşturulmuştur. Genel olarak stratejik biçimli oyunlarda oyuncuların stratejilerini birbirlerinden habersiz olarak, yani diğer oyuncuların strateji seçimini bilmeden, seçtiği düşünülür. Oyuncuların belirli bir sıra içinde oynadıkları durumlarda bile, sırası gelen oyuncuların kendilerinden önce oynayanların strateji seçimini bilmedikleri sürece, oyuncuların oyunu farklı odalarda kendi stratejilerine karşı gelen düğmelere basmak suretiyle oynadıklarını düşünebiliriz.

Ama gene de belirli bir sırayla oynanan oyunları “**geniş (extensive) biçimde**” ele almak faydalıdır. Bu oyunların öğeleri şunlardır:

- Oyuncu kümesi: $i = 1, 2, \dots, n$ oyuncu,
- Hamle sırası: hangi oyuncunun ne zaman oynayacağı,
- Her oyuncu için bir (açık) strateji kümesi: $S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{ik}\}$
- Her oyuncu için fayda ya da kazanç fonksiyonu: $U_i(s) = U_i(s_{1j}, s_{2j}, \dots, s_{nj})$,
- Her oyuncunun sırası geldiğinde ne bildiği,
- Oyunda dışsal olan olayların olasılık dağılımı olarak sayılabilir.



Şekil 13.1 Geniş Biçimde Oyunlar

Bu oyunlar (oyuncu ve strateji sayısı uygun olmak koşulu ile) “**oyun ağacı**” biçiminde gösterilir. Şekil 13.1'deki oyunu ele alalım. Oyunda iki oyuncu Ali (A) ve Veli (V) vardır. Hamle sırası **nod** denilen ve yanında oyuncuların adı yazan dairelerin ağaç üzerindeki pozisyonuyla gösterilir. Buna göre ilk hamle sırası Ali'dedir ve oyuncunun strateji kümesi $\{K, S\}$ dir. Ali hamlesini yaptıktan sonra sıra Veli'ye gelir. İşte bu aşamada “Her oyuncunun sırası geldiğinde ne bildiğini” belirtmemiz gerekir. Şekil 13.1 (a)'da Veli'nin nodlarının kırık bir çizgiyle birleştirilmiş olması Veli'nin Ali'nin ne hamle yaptığını bilmediği anlamına gelir. Buna karşılık Şekil 13.1 (b)'de Veli'nin nodlarının birleştirilmemiş olması, hamle sırası geldiğinde Veli'nin kendisinden önce K ya da S oynandığını bildiği anlamına gelir.

Her iki durumda da Veli seçimini yaptığında oyun sona erer ve her strateji profiline karşı gelen kazançlar en aşağıda gösterilmiştir. Gösterimde ilk rakam Ali'nin, ikincisi Veli'nin kazancıdır. Örneğin Ali K, Veli S oynarsa Ali 1, Veli -3 elde eder: $U_A(K, S) = 1$ ve $U_V(K, S) = -3$. Şekil 13.1'de gösterilen iki durum arasındaki tek fark sırası gelen oyuncunun ne bildiğidir. Bu durum bazı oyunlarda stratejik biçime göre fark yaratmazken, bazı durumlarda yaratır. Geniş biçimli oyunların diğer öğelerine ait örnekleri ileriki bölümlerde göreceğiz.

Oyun kuramında çözüm kavramlarına geçmeden önce sonradan referans vermek üzere bazı standart oyunları tanımlayacağız. İlk olarak ünlü “tutuklu ikilemi” oyununu ele alalım.

Tablo 13.2 Tutuklu İkilemi Oyunu			
		V	
A	K		S
	K	$(-2, -2)$	$(1, -3)$
	S	$(-3, 1)$	$(0, 0)$

Oyunun standart hikayesine göre Ali (A) ve Veli (V) isimli iki şüpheli ayrı odalarda sorgulanmaktadır. Polis suçu bunların işlediğinden emin olmakla birlikte yeterli kanıt sahibi değildir. Dolayısıyla olayı çözmenin tek yolu şüphelilerden birinin konuşmasıdır. Her iki şüpheliye de “sen konuşursan serbest kalıp, mükafat alırsın” önerisi yapılır. Şüphelilerin strateji kümeleri K = konuş ve S = sus stratejilerinden oluşur. Kazanç matrisi Tablo 13.2'de gösterilmiştir. Buna göre, (K, S) strateji profiliyle (Ali konuşur, Veli susar) Ali mükafat alır ($U_A = 1$), Veliye mahkûm olur ($U_V = -3$). Her ikisi birden konuşursa ikisi birden mahkûm olur ve mükafat sonrasında kazançlar $U_A = U_V = -2$ olur. İki de susarsa hiç kimse mahkûm olmaz, mükafat da almaz: $U_A = U_V = 0$. Sonradan göreceğimiz gibi oyun birçok ilginç duruma uygulanabilir. Bu oyunun geniş biçimli gösterimi, başlama sırasının kimde olduğu fark etmemek üzere, Şekil 13.1(a)'daki gibidir. Çünkü oyuncular karar verirken, diğerinin ne yaptığını bilmez. Öte yandan aşağıda göstereceğimiz gibi tutuklu ikilemi oyununun çözümü oyunun geniş biçiminin Şekil 13.1 (b)'de olduğu durumda bile değişmez.

Tablo 13.3 Eşlerin İkilemi Oyunu			
		L	
M	Y		S
	Y	$(2, 1)$	$(0, 0)$
	S	$(0, 0)$	$(1, 2)$

Diğer bir oyun “eşlerin ikilemi” olarak isimlendirebileceğimiz³ oyundur. Oyun stratejik biçimde Tablo 13.3'te gösterilmiştir. Oyunun standart hikayesi birbirini seven

³ Oyun literatürde “battle of sexes = eşlerin muharebesi ya da çatışması” olarak bilinir, ama söz konusu olan çatışmadan ziyade ikilemdir.

ve değer veren eşlerin (Leyla (L) ve Mecnun (M)) yarışa (Y) ya da sinemaya (S) gitmek arasında seçim yapmalarını. Mecnun yarışa gidilmesini, Leyla sinemaya gidilmesini tercih eder. Ama birbirlerine olan muhabbetin sonucu olarak farklı seçim yaparlarsa üzülmüşler (sıfır kazanç). Eşler ancak aynı seçimi yaparsa pozitif kazanç sağlar. İşbirliğine dayanmayan oyun kavramı bu oyunda açıklık bulur. Eşler oturup konuşarak müşterek bir strateji oluşturabilirlerdi. Ama bizim varsayımlarımızla oyun eşlerin farklı odalarda birbirlerinden habersiz önlerindeki düğmeler basmaları biçiminde oynanır. Bu oyun yararın müşterek olduğu ama stratejilerin bağımsız oluşturulduğu durumlarda koordinasyonun sağlanmasında ortaya çıkabilecek sorunları vurgular. Örneğin, herkes diğerini memnun etmek üzere diğerinin daha sevdiği seçimi yaparsa sonuç (S, Y) olabilir. Bu oyunun oyun ağacı da Şekil 13.1 (a)'daki gibi olur (şekli mevcut duruma uyarlayınız). Ama aşağıda ele alacağımız gibi oyunun enformasyon yapısı değişir oyun Şekil 13.1 (b) biçimine gelirse, sonuç farklılaşır. Üstelik hamle önceliğinin kimde olduğu da sonucu etkiler.

13.2 Çözüm Kavramları

Bir oyunu çözmek demek oyunda oynanması kesin ya da en muhtemel olan strateji profillerini bulmak demektir. Tablo 13.1'deki saklambaç oyununa bakarsak, tablodaki verilerden ve herkesin kendi kazancı açısından karar vereceği bilgisinden bu oyunun nasıl oynanacağını söyleyemeyiz. Oyunun açık stratejilerde bir çözümü yoktur ve zaten bildiğimiz gibi saklambaç oyunu her defasında farklı şekilde oynanır. Dolayısıyla her oyunun bir çözümü olmasını bekleyemeyiz. Ancak bazı ilginç durumlarda muhtemel çözümleri sınıflandırmak mümkündür.

13.2.1 Baskın Strateji Dengesi

İlk olarak, eğer varsa hiçbir zaman oynanmayacak stratejileri elemek yoluyla çözüm olabilecek strateji profillerinin sayısını azaltmaya yarayan “baskın strateji” konusunu ele alalım. Önce notasyonu kolaylaştırmak için iki oyuncu $\{1, 2\}$ olduğunu; birinci oyuncunun strateji kümesinin $S_1 = \{v_1, v_2, \dots\}$, ikincinin $S_2 = \{w_1, w_2, \dots\}$ olduğunu varsayalım.

- Her $w \in S_2$ için, $U_1(v_j, w) > U_1(v_k, w)$ oluyorsa v_j birinci oyuncu için baskın stratejidir. Yani ikinci oyuncunun hangi hamleyi yaptığından bağımsız olarak, v_j stratejisi v_k stratejisinden daha fazla kazanç sağlıyorsa, birinci oyuncu için v_j baskın, v_k bastırılan stratejidir denir. Kazanç üzerinden karar veren oyuncular hiçbir zaman bastırılmış stratejileri oynamazlar.

İkinci oyuncu için de benzer şekilde bastırılan stratejiler olabilir. Bastırılmış stratejilerin oynanamayacağı tespitiyle bazı oyunları çözmek mümkün olur.

Tablo 13.4 Baskın Strateji Örneği				
		2		
1		X	Y	Z
	A	(1, 0)	(2, 1)	(2, 3)
	B	(0, 3)	(1, 4)	(1, 2)
	C	(1, 1)	(1, 0)	(3, 2)

Tablo 13.4'teki oyunu ele alalım. Oyuncu 2 için bastırılan strateji yoktur. Ama Oyuncu 1 için A stratejisi B stratejisini bastırır:

$$U_1(A, X) = 1 > U_1(B, X) = 0, U_1(A, Y) = 2 > U_1(B, Y) = 1, U_1(A, Z) = 2 > U_1(B, Z) = 1.$$

Dolayısıyla Oyuncu 1 hiçbir zaman B stratejisini oynamaz ve Oyuncu 2 de bunu bilir. O halde, Oyuncu 1'in strateji kümesinden B'yi eleyerek oyunu indirgeyebiliriz:

Tablo 13.4 (a) İndirgenmiş Hal				
		2		
1		X	Y	Z
	A	(1, 0)	(2, 1)	(2, 3)
	C	(1, 1)	(1, 0)	(<u>3, 2</u>)

Bu elemeyi yapınca Oyuncu 2 için Z stratejisi hem X hem de Y stratejisini bastırır hale gelir

$$U_2(A, Z) = 3 > U_2(A, Y) = 1, U_2(A, Z) = 3 > U_2(A, X) = 0, \text{ vb.}$$

Dolayısıyla Oyuncu 2 her zaman Z oynar. Bunu bilen Oyuncu 1 kendisine daha fazla kazanç sağlayan C oynar. Öyleyse bu oyunun çözümü (C, Z) olur.

Eşlerin ikilemi oyunu (Tablo 13.3) bu yöntemle çözülemez, çünkü eşlerin baskın stratejileri yoktur. Ama tutuklu ikilemi oyunu bu yöntemle çözülebilir (Tablo 13.2). Oyunda K her iki oyuncu için de baskın stratejidir:

$$U_i(K, K) = -2 > U_i(S, K) = -3 \text{ ve } U_i(K, S) = 1 > U_i(S, S) = 0.$$

Dolayısıyla oyunun çözümü (K, K) dır, yani her ikisi de ‘konuşur’. Dikkat edilirse (K, K) çözümü Pareto etkin değildir. Çünkü (S, S) çözümü her iki oyuncuyu da daha iyi duruma getirir. Tutuklu ikilemi oyununu önemli kılan sonuçlardan birisi budur:

- Stratejik davranış koşullarında bireysel olarak rasyonel olan, bireysel olarak da toplumsal olarak da en iyi sonucu doğurmayabilir.

Bu husus çeşitli vesilelerle karşımıza çıkacaktır. Oyun kuramının hangi durumları analiz ettiğinin anlaşılması açısından bazı noktaları bu oyun bağlamında vurgulayabiliriz. Oyunda herkes kendi kazancına bakar. Tam bilgi varsayımı gereği oyuncular herkesin kendi kazancına baktığını ve “konuşursan serbest kalır, mükâfat alırsın” teklifinin her iki oyuncuya da yapıldığını, bilir. Oyuncular arasında herhangi bir dayanışma veya irtibat yoktur. Örneğin, bu oyunda Ali ve Veli arasında derin bir yoldaşlık ilişkisi var deseydik sonucun (S, S) profili olacağını söyleyebilirdik. Çünkü bu durumda yoldaşlık ilişkisi gereği ikisi arasında bir çeşit iş birliği vardır, K stratejisi her ikisi için de söz konusu değildir ve ikisi de bunu bilir. Ya da Ali, Veli’nin saf olduğunu, “delikanlılık” gereği konuşmayacağını biliyorsa oyun muhtemelen (K, S) olarak oynanır. Burada oyunculardan biri (Veli) kendi kazancı dışında mülazazlarla hareket eder, diğeri de bunu bilir.

- Oyun kuramında herkesin kendi amacı açısından hesap yaptığı ve herkesin bunu bildiği durumların analizi yapılır. Stratejik etkileşim şartlarında rasyonel olmak, sizin muhtemel seçimlerinize ilişkin öngöründe bulunarak hesap yaptığını bildiğiniz diğer oyuncuların muhtemel strateji seçimlerine ilişkin öngöründe bulunmayı gerektirir.

13.2.2 Nash Dengesi

Nash denge kavramının temelinde her oyuncu için diğer oyuncuların her bir strateji seçimine karşı en iyi cevap bulma problemi yatar. Bu problemi

$$\text{Max}_s U_i(s, s_{-i})$$

olur. Buna göre diğer oyuncuların her bir strateji profiline (s_{-i}) karşı i^{nci} oyuncu kendi kazancını maksimize edecek şekilde bir strateji (s) belirler. Bu problemin çözümünden her oyuncu için **reaksiyon (ya da en iyi cevap) fonksiyonu** elde edilir.

- Bir oyuncunun reaksiyon fonksiyonu oyuncunun rakiplerin her strateji seçimi için seçeceği optimal, yani kazancı maksimize eden, stratejiyi belirler. Fonksiyon rakiplerin her strateji seçimine verilecek en iyi cevabı belirler.

Daha önce olduğu gibi strateji kümeleri $S_1 = \{v_1, v_2, \dots\}$ ve $S_2 = \{w_1, w_2, \dots\}$ olan iki oyuncu $\{1, 2\}$ olduğunu varsayalım. Buna göre

- Oyuncu 1: Her w için $\text{Max}_v U_1(v, w)$ problemini çözer ve buradan $v^* = V(w)$ reaksiyon ya da en iyi cevap fonksiyonu bulunur.
- Oyuncu 2: Her v için $\text{Max}_w U_2(v, w)$ problemini çözer ve buradan $w^* = W(v)$ reaksiyon ya da en iyi cevap fonksiyonu bulunur.

İşte oyuncuların reaksiyon fonksiyonlarının kesiştiği strateji profillerine (varsa) Nash denge profilleri denir. Buna göre:

- Nash dengesi reaksiyon fonksiyonlarının kesişiminde oluşur ve denge profilleri karşılıklı en iyi cevaplardır. Şöyle ki, bir (v^*, w^*) strateji profili Nash denge profiliyse birinci v^* seçtiğinde ikinci w^* , ikinci w^* seçtiğinde birinci v^* oynar.

Örnek 13.1

1. Tablo 13.5'daki oyunu ele alalım. Önce ikinci oyuncunun X oynamasına birinci oyuncunu en iyi cevabını bulalım. Bu cevap $\text{Max}_v U_1(v, X)$ olacak şekilde $v = A$ ya da B seçme problemidir. İkinci oyuncu X oynadığında, birinci

$$A \text{ seçerse } U_1(A, X) = 3$$

$$B \text{ seçerse } U_1(B, X) = 1$$

olduğuna göre problemin çözümü $V(X) = A$ olur, yani ikinci oyuncunun X seçimine birinci oyuncunun en iyi cevabı A stratejisidir.

Tablo 13.5			
		2	
		X	Z
1	A	<u>(3, 4)</u>	(2, 0)
	B	(1, 2)	(4, 1)

İkinci oyuncunun Z oynamasına birinci oyuncunu en iyi cevabı $\text{Max}_v U_1(v, Z)$ olacak şekilde $v = A$ ya da B seçme problemidir. İkinci oyuncu Z oynadığında, birinci

$$A \text{ seçerse } U_1(A, Z) = 2$$

$$B \text{ seçerse } U_1(B, Z) = 4$$

olduğuna göre problemin çözümü $V(Z) = B$ olur, yani ikinci oyuncunun Z seçimine birinci oyuncunun en iyi cevabı B stratejisidir. Buna göre birinci oyuncunun reaksiyon fonksiyonunu

$$v^* = V(w) = \begin{cases} A, w = X \text{ için} \\ B, w = Z \text{ için} \end{cases}$$

olur. İkinci oyuncunun reaksiyon fonksiyonu da benzer şekilde

$$w^* = W(v) = \begin{cases} X, v = A \text{ için} \\ X, v = B \text{ için} \end{cases}$$

olarak bulunur. Buna göre, X stratejisi baskın stratejidir: birincinin A ya da B oynamasına en iyi cevaptır. Zaten Tablo 13.5'ten bu doğrudan da görülür. Bu iki reaksiyon fonksiyonu (A, X) profilinde kesişir, yani (A, X) profili bu oyunun Nash dengesidir. Çünkü bu stratejiler karşılıklı olarak en iyi cevabı oluşturur. Düz anlatımla birinci oyuncu A oynarsa ikinci X; ikinci X oynarsa birinci A oynar. Tablo 13.5'teki oyunun tek bir Nash dengesi vardır. Bu denge Pareto etkindir. Yani Nash dengesindeki $U_1 = 3$, $U_2 = 4$ kazançlarına göre birinin durumunu bozmadan diğerini daha iyi duruma getiremeyiz.

2. Bir piyasada iki firma, F1 ve F2, olduğunu varsayalım. Piyasa talep eğrisi $p = 10 - (q_1 + q_2)$

olsun. Burada q_i , $i = 1, 2$; ilgili firmanın üretimidir. Diyelim ki firmaların teknolojileri ve sabit sermaye yapıları birinci firma için

$$q_1 = 2 \text{ veya } q_1 = 3$$

ikinci firma için

$$q_2 = 3 \text{ veya } q_2 = 4$$

üretilmesine olanak vermektedir. Birinci firmanın maliyet fonksiyonu $C_1 = 2q_1$, ikincinin $C_2 = 3q_2$ olarak verilmektedir. Buna göre bu piyasada toplam üretim ve fiyat kaç olur?

Bildiğimiz gibi firmalar üretim kararlarını kâr maksimizasyonu problemini çözerek verir. Ama burada firmaların kârları yalnız kendi üretim kararlarına değil diğer firmanın da kararına bağlıdır. Çünkü malın piyasa fiyatı dolayısıyla da kâr toplam arza bağlıdır. Şöyle ki

$$F1 \text{ 'in kârı} = \Pi_1(q_1, q_2) = pq_1 - C_1 = pq_1 - 2q_1$$

$$F2 \text{ 'in kârı} = \Pi_2(q_1, q_2) = pq_2 - C_2 = pq_2 - 3q_2$$

olur ve diğer firmanın üretimi bilinmeden $p = 10 - (q_1 + q_2)$ ve kâr hesaplanamaz. İki firma arasında stratejik etkileşim vardır. Örneğin

$q_1 = 2$ ve $q_2 = 3$ için $p = 10 - (2 + 3) = 5$ ve $\Pi_1(2, 3) = 6$, $\Pi_2(2, 3) = 6$ olur.

Dolayısıyla problemi firmaların strateji kümeleri $v = \{2, 3\}$ ve $w = \{3, 4\}$ ve kazanç (kâr) benzer şekilde hesaplanmak üzere Tablo 13.6'deki oyun haline getirebiliriz:

Tablo 13.6			
		F2	
F1		3	4
	2	<u>(6, 6)</u>	(4, 4)
	3	<u>(6, 3)</u>	(3, 0)

Bu oyunda reaksiyon fonksiyonları

$$q_1^* = q_1(q_2) = \begin{cases} 2 & \text{ya da } 3, q_2 = 3 \text{ için} \\ 2, q_2 = 4 \text{ için} \end{cases}$$

$$q_2^* = q_2(q_1) = \begin{cases} 3, q_1 = 2 \text{ için} \\ 3, q_1 = 3 \text{ için} \end{cases}$$

olur. Yani birinci firma $q_2 = 4$ 'e karşı $q_1 = 2$ stratejisini seçerken, $q_2 = 3$ 'e karşı $q_1 = 2$ ve $q_1 = 3$ stratejileri arasında kayıtsızdır. İkinci oyuncu için $q_2 = 3$ stratejisi baskındır. Bu iki reaksiyon fonksiyonu $(2, 3)$ ve $(3, 3)$ strateji profillerinde kesişir ve bu oyunun iki Nash dengesi vardır. Ama $(U_1 = 6, U_2 = 3)$ olan $(q_1 = 3, q_2 = 3)$ profili Pareto etkin değildir. Çünkü $(2, 3)$ profiliyle $U_1 = 6$ sabit kalırken, $U_2 = 6$ olur. Yani birinin durumunu bozmadan diğerini daha iyi duruma getirmek mümkündür.

Sizce Pareto etkin olan profilin oynanmaması mümkün müdür?

Şimdi, tutuklu ikilemi oyununu ele alırsak bu oyunun aynı zamanda baskın strateji dengesi de olan tek bir Nash dengesi vardır: (K, K) . Bunu iki oyuncunun reaksiyon fonksiyonlarından görebiliriz:

$$v^* = v(w) = \begin{cases} K, w = K \text{ için} \\ K, w = S \text{ için} \end{cases}; w^* = w(v) = \begin{cases} K, v = K \text{ için} \\ K, v = S \text{ için} \end{cases}$$

Burada $v(w)$ Ali'nin, $w(v)$ Veli'nin reaksiyon fonksiyonudur. Bu reaksiyon fonksiyonlarının (K, K) profilinde kesişeceği açıktır. (K, K) profili bu oyunun tek Nash ve aynı zamanda baskın strateji dengesidir ve aha önce gördüğümüz gibi Pareto

etkin değildir. Dahası bu sonuç oyunun açık biçiminin Şekil 13.1’de gösterilen durumlardan hangisi olduğuna da bağlı değildir. Şöyle ki oyuna Ali başlasaydı ve Ali’nin seçimi Veli’ye söylenecekti bile bu oyunun çözümü Nash dengesi olan (K, K) profilidir. Çünkü, Ali kendisinin ne oynadığından bağımsız olarak sadece kendi kazancına göre karar verecek olan Veli’nin sırası geldiğinde K oynayacağını bilir.

Eşlerin ikilemi oyununun (Tablo 13.3) iki Nash dengesi vardır. Çünkü, $v(w)$ Mecnun’un, $w(v)$ Leyla’nın reaksiyon fonksiyonu olmak üzere,

$$v^* = v(w) = \begin{cases} Y, w = Y \text{ için} \\ S, w = S \text{ için} \end{cases}; w^* = w(v) = \begin{cases} Y, v = Y \text{ için} \\ S, v = S \text{ için} \end{cases}$$

olur. Bu iki fonksiyon (Y, Y) ve (S, S) stratejilerinde kesişir. Her iki denge de Pareto etkindir. Bu oyunun çözümü oynama sırasına ve sırası gelenin ne bildiğine bağlı olarak farklı olur. Örneğin, oyuna Leyla başlar, Mecnun sırası geldiğinde Leyla’nın ne oynadığını bilirse, sonuç (Y, Y) olur. Özetlersek:

- Bir oyunun açık stratejilerde Nash dengesi olmayabileceği⁴ gibi (saklambaç oyunu) birden fazla Nash dengesi de olabilir. Nash dengeleri Pareto etkin olabilir ya da olmayabilir. Bazı oyunlarda oynama sırası ve oyuncuların kendilerinden önce ne oynandığını bilmeleri oyunun nasıl oynanacağını etkiler.

13.3 Tekrarlanan Oyunlar ve Sosyal Kurumların Rolü

Nash dengesi karşılıklı en iyi cevaplardan oluşması anlamında çekici bir kavram olmakla birlikte her durumda bir oyunun nasıl oynanacağını söylemez. Örneğin eşlerin ikilemi oyununda iki Nash dengesi vardır ve bunlardan hangisinin oynanacağını belirleyemeyiz. Gene Tablo 13.6’deki oyunda biri Pareto etkin olmayan iki Nash dengesi vardır. Ama biz buradan hareketle Pareto etkin olan Nash dengesinin oyunun çözümü olacağını iddia edemeyiz. Öte yandan tutuklu ikilemi oyununda Pareto etkin olmayan (S, S) çözümü Nash dengesine göre her iki tarafı için de daha iyi olabilecekken Nash dengesinin mantığı bu çözümü dışlar. Şöyle ki (S, S) karşılıklı en iyi cevaplardan oluşmaz. Dolayısıyla bu oyun tek bir defa ve anlatılan koşullarda oynanırsa sonuç (K, K) olur. Bu konuyu biraz açmak için tutuklu ikilemi oyunuyla aynı tür ikileme yol açan bir oyunu ele alalım (Tablo 13.7).⁵

⁴ Ama J. Nash’in ünlü teoremine göre her oyunun karma stratejilerde bir Nash dengesi vardır.

⁵ Oyunun tutuklu ikileminden önemli bir farkı oynama sırasının ve sırası gelenin ne bildiğinin çözümü farklılaştıracağıdır. Oyunu inceledikten sonra, sırası gelenin kendinden önce ne oynandığını bildiği varsayımıyla, oyuna kimin başladığının çözümü nasıl değiştirdiğini belirleyiniz.

Mevcut bir malın farklı bir modelini piyasaya süren yeni bir firmayla (F) tüketici (T) arasındaki oyunu ele alalım. Tüketicilerin tanımadığı firmanın malı iyi (İ) ya da kötü (K) olabilir. Tüketiciler bu malı ya alırlar (E) ya da almazlar (H). Eğer mal iyiye ve tüketiciler alırsa kazançlar (4, 2) olur. Ama tüketiciler malı alırsa ve mal kötüye kazançlar (-2, 3) olur, çünkü kötü mal ürettiğinde firmanın maliyetleri düşüktür.

Tablo 13.7			
		F	
T	İ		K
	E	(4, 2)	(-2, 3)
	H	(3, -3)	(3, -2)

Tüketici ‘H’ oynayıp malı almazsa halen almakta olduğu markadan 3 birim kazanç elde eder (yeni mal iyiye ve iddia ettiği özellikleri taşıyorsa mevcut maldan daha fazla kazanç sağlar). Firma iyi mal üretip satamazsa 3, kötü mal üretip satamazsa 2 birim zarar (-) eder. Oyunda ‘K’ firma için baskın stratejidir ve oyun bir kere oynanırsa sonuç Nash dengesi olan, ama Pareto etkin olmayan, (H, K) = (Alma, Kötü Mal Üret) olur. Ama şimdi bu oyunu tekrarlanan bir oyun olarak düşünerek tüketici için şöyle bir strateji tanımlayalım:

E1 = Malı al ve iyi çıktığı sürece almaya devam et

H1 = Mal bir kere kötü çıkarsa bir daha hiç alma

Dolayısıyla firma iyi mal ürettiği sürece her dönem 2 birim kazanç sağlar. Bir kere kötü mal üretirse o dönem 3 birim kazanç elde eder ama buna karşılık sonraki dönemlerde bir daha mal satamaz. Dolayısıyla bir defalık 1 birim fazla kazanç için her dönem 2 birim kazanma olanağından kalıcı olarak vazgeçmiş olur. Firma açısından kalıcı 2 birimlik kayıpların bir kerelik 1 birim kazançtan daha kötü olduğu varsayımıyla ‘İ’ stratejisi baskın strateji durumuna gelir.⁶ Öte yandan tüketici malı baştan hiç almazsa bir dönemlik 2 birim kayıp ihtimaline karşı her dönem 1 birim fazla kazanç elde etme olanağından vazgeçmiş olur. Tüketici için de her dönem 1 birim

⁶ Burada aynı dönemde oluşmayan kayıp ve kazançları aynı birim cinsinden ifade ederek karşılaştırabilmek için ıskontolu değerleri kullandığımızı düşünmek gerekir.

fazla kazancın bir dönemlik 2 birim kayıptan daha değerli olduğunu düşünürsek, (E1, İ) tekrarlanan oyun için bir Nash dengesi durumuna gelir. Böylece bir kerelik oyunda Pareto etkin olup ta Nash dengesi olmayan (E, İ) stratejisi tekrarlanan oyunda Pareto etkin Nash dengesi olabilir.

Şimdi bu örnekteki malın dayanıklı tüketim malı olduğunu ve her tüketicinin malı bir kere alacağını düşünelim. Bu durumda oyun firma açısından her defasında farklı oyuncularla oynanan tekrarlanan oyun, ama her bir tüketici için bir kerelik oyundur. Bu durumda başlangıçta firma hakkında bilgisi olmayan tüketiciler H oynar. Dolayısıyla burada piyasanın oluşamaması söz konusu olabilir. Ama pratikte şöyle bir oynanma biçimi de oluşabilir. Firmanın iyi mal üreterek piyasada kalıcı olmayı hedefleyen yeterince dayanıklı bir firma olduğunu ve bir süre 3 birim zarar ederek üretmeye devam ettiğini varsayarsak, her şeye rağmen malı denemeye karar veren tüketiciler çıkar ve malın iyi olduğu görülür. Zaman içinde firmayı ve malı alanları gözleyerek tüketiciler firmanın 'İ' oynadığına kanaat getirince (E, İ) oynanır hale gelir. Bu şartlarda firma sistematik olarak 'İ' oynayarak 'itibar' oluşturur. Bu örnekte anlatılmak istenen piyasa kurumunun kendiliğinden oluşamayabileceği ve piyasanın çalışabilmesi için 'itibar ve güven' gibi piyasa dışı kavram ve sosyal kurumların gerekli olabileceğidir.

Benzer şekilde eşlerin ikilemi oyununu tekrarlanan bir oyun olarak düşünürsek, eşlerin zaman içinde belirli bir oyun deseni oluşturmasını bekleyebiliriz. Örneğin, Leyla'nın hep 'S' seçtiği, bunu gözleyen Mecnun'un da durumu kabullenerek 'S' seçtiği Nash dengesi düşünebiliriz. Ya da eşlerin bir anlayış oluşturarak bir hafta (S, S) bir hafta (Y, Y) oynadığı bir desen de oluşabilir. Dolayısıyla bir oyunda Pareto etkin Nash dengeleri varsa, oyun tekrarlandığında bu Nash dengelerinden birinin oyunun çözümü olacağını düşünebiliriz. Bu örnekte geçmiş davranışlardan öğrenme söz konusudur. Nitekim gerçek hayatta oyunlar bir kerelik olmadığı gibi geçmişten öğrenme yoluyla bazı oyunların, bir kerelik oyundan türetilmeyecek şekilde, belirli biçimlerde oynanması mümkündür. İlerleyen bölümlerde, özellikle belirsizlik altında ve oyuncuların farklı bilgiye sahip olduğu durumlarda, piyasanın oluşabilmesi ve işleyebilmesi için başta hukuk sistemi olmak üzere piyasa dışı sosyal kurumların rolünü farklı bağlamlarda görmek olanağını bulacağız.

ÖZET

- ✓ Stratejik davranış karşılıklı etkileşim koşullarında rasyonel davranıştır. Karşılıklı etkileşim koşullarında bir birimin kazancı yalnız kendi kararına değil diğerlerinin ne yaptığına da bağlıdır.
- ✓ Oyun kuramında oyuncuların (karar birimlerinin) seçenekleri birer strateji olarak ele alınır ve her oyuncu için bir stratejiden oluşan vektöre strateji profili denir. Oyuncuların kazançları strateji profillerine bağlıdır. Her oyuncu bu şartlarda kendi amacı açısından en uygun stratejiyi seçer. Oyunun yapısı, mümkün olan strateji profilleri, oyuncuların kazanç fonksiyonları tüm oyuncular tarafından bilinir.
- ✓ Bir oyunu çözmek oyunun en muhtemel oynanma biçimini bulmaktır. Bu her oyun için mümkün olmayabilir. Oyun kuramında en bilinen çözüm kavramları baskın strateji ve Nash çözüm kavramlarıdır.
- ✓ Bir strateji bir oyuncuya diğerlerinin her strateji seçimi için daha az kazanç sağlıyorsa bu strateji bastırılmış stratejidir. Baskın strateji çözüm kavramı bastırılmış stratejilerin hiçbir zaman oynanmayacağı varsayımına dayanır. Bastırılmış stratejiler elendikçe oynanması muhtemel strateji kümesi daralır ve bazı oyunlarda çözüme ulaşılabilir.
- ✓ Nash çözüm kavramı çözümü oyuncuların karşılıklı olarak stratejilerini değiştirmek istemeyecekleri strateji profilleri arasında arar. Nash dengesi oluşturan bir profil oyuncuların karşılıklı olarak en iyi cevaplarından oluşur. Bazı oyunların Nash dengesi baskın strateji dengesiyle çakışır. Tutuklu ikilemi oyunu bunlardan biridir.
- ✓ Nash dengesi Pareto etkin olabilir, olmayabilir. Tutuklu ikilemi oyununda Nash dengesi Pareto etkin değildir. Buna göre bireysel olarak rasyonel davranışın sonucu olan bir denge Pareto etkin değildir. Bu oyunda kişiler koordineli hareket edebilselerdi her ikisi de daha iyi duruma gelirdi.
- ✓ İktisadi yaşamı ilgilendiren birçok durumda ortaya çıkan oyunlar tekrarlanan oyunlardır. Bir oyun tekrarlandıkça bazı oyuncuların belirli davranış kalıpları sergilediği anlaşılabılır. Dolayısıyla taraflar zaman içinde oyuncular davranışlarıyla ilgili karşılıklı bilgi sahibi olur. Tek oynamada Nash dengesi olmayan bir profil tekrarlanan oyunun Nash dengesi olabilir.

Problemler

1. Bir işçi çalışma sırasında ya makul bir çabayla çalışır ('D' stratejisi) ya da çalışır görünüp düşük çaba harcar ('H' stratejisi). Bunu bilen yönetici de ya kontrol eder ('K') ya da etmez ('E'). İşçinin ücreti 10 olup makul çabanın ona maliyeti 5, düşük çabanınki 2'dir. Yönetici işçi makul çaba sarf ederse 7, etmezse 3 kazanır. Kontrol etmenin maliyeti 2'dir. İşçi kontrol sırasında düşük çaba harcarken yakalanırsa 5 birim ceza öder. Bu oyunu normal ve stratejik biçimde gösteriniz.

2. Aşağıdaki oyunda bastırılmış stratejileri eleyerek çözüme ulaşılır mı? Ulaşıyorsa çözüm nedir?

		2			
		X	Y	V	Z
1	A	(1, 0)	(2, 1)	(1, 4)	(6, 3)
	B	(0, 3)	(1, 4)	(2, 5)	(1, 2)
	C	(0, 4)	(1, 0)	(0, 1)	(3, 2)

3. Aşağıdaki oyunun, varsa, Nash dengelerini bulunuz:

		2	
		X	Z
1	A	(3, 4)	(2, 3)
	B	(1, 1)	(4, 2)

4. Birinci problemdeki oyun bastırılmış stratejileri eleyerek çözülür mü? Bu oyunun Nash dengeleri var mıdır? Çözüm Nash dengesi midir? Oyunun çözümü oynama sırasına bağlı olur mu?

5. Örnek 13.1'de ikinci problemde F2'nin maliyet fonksiyonunu $C_2 = \sqrt{q_2}$ varsayarak tekrarlayınız.

6. Bir sigorta şirketi arabalara 100 TL primle sınırlı sigorta satmaktadır. Bir müşteri sigorta kapsamında olmayabileceği düşünülen 500 TL'lik bir zararın ödenmesini talep eder. Şirket ya doğrudan ya da soruşturma sonrasında ödeme yapar. Soruşturma maliyeti 100 TL'dir. Soruşturma sonucunda zarar sigorta kapsamında çıkarsa müşteriye ödeme tam yapılır. Zarar sigorta kapsamında değilse zarar ödenmeyeceği gibi müşteriden soruşturma maliyeti ve 200 TL tazminat alınır. Şirket karşısında iki tip müşteri olduğunu bilir ('İ' olan gerçek talep sahipleri ve 'K' olan kapsam dışı talep sahipleri) ama talepte bulunan müşterinin hangisi olduğunu doğrudan gözleyemez. Bu oyunu normal ve stratejik biçimde gösteriniz.

7. Bir önceki problemde şirketin kararı müşterinin hangi tip olduğuna ilişkin olasılıkla nasıl ilişkili olabilir? Örneğin önceki tecrübelerden kapsam dışı beyanların toplam beyanların %20'sini oluşturduğu biliniyorsa bu şirketin davranışını etkiler mi?

8. Sizce 'Tüketiciyi Koruma' kanunun varlığı tekrarlanan oyunlarda 'itibar ve güven' oluşması açısından nasıl bir işlev görür. Buradan hareketle genel olarak yasal düzenlemelerin piyasa mekanizması açısından ne anlama gelebileceği konusunu tartışınız.

Seçilmiş problemlerin çözümü

1. D stratejisi ile işçinin kazancı kontrol olsun olmasın $10 - 5 = 5$ olur. H ile kontrol yapılmazsa kazancı $10 - 2 = 8$; yapılırsa $10 - 2 - 5 = 3$ olur. Yönetici ise işçi makul çaba harcadığında kontrol etmezse 7, ederse $7 - 2 = 5$ kazanır. İşçi düşük çaba harcıyor ve kontrol etmezse kazanç 3, ederse $3 - 2 + 5 = 6$ olacaktır. Bu verilerle oyunun normal biçim aşağıdaki gibidir:

		Yönetici	
		K	E
İşçi	D	(5, 5)	(5, 7)
	H	(3, 6)	(8, 3)

2. Birinci oyuncu için A stratejisi C stratejisini bastırır. Birinci oyuncunun hiçbir zaman C stratejisini oynamayacağına göre ikinci oyuncu için V stratejisi X, Y ve Z stratejilerini bastırır. O halde oyunun çözümü (B, V) profilidir.

3. (A, X) ve (B, Z) stratejileri Nash denge profilleridir.

4. Oyunda tarafların bastırılmış stratejileri yoktur. Oyunu açık stratejilerde Nash dengesi de yoktur. Oyuncular kendilerinden önce ne oynandığını bilmediği sürece oynama sırası fark etmez.

6. Bu oyun uygun uyarlamayla birinci problemde olduğu gibi gösterilir (sigorta şirketini yönetici, müşteriyi işçi gibi düşününüz).

7. Evet. Şirket %20 olasılıkla soruşturma açması gerekirken açmama riskiyle karşı karşıyadır ve bu durumda beklenen değerler üzerinden hesap yapar (Bölüm 16).

8. Kanunun varlığı firmaların kendiliğinden beyan ettikleri şartlara göre davranmadıklarının bir ifadesidir. Kanun firmalara yaptırım getirdiği için firmaları uygun davranışa zorlayıcı bir faktör olabilir. Ama bunun için tüketicilerin şikâyet sürecinin gerektirdiği maliyetlere katlanması gerekir.