

2. Bölüm: Tüketici Tercihleri

Tüketici hangi maldan ne kadar tüketeyeğine karar veren iktisadi birimdir. Karar alma alternatifler arasında bir amaç açısından seçim yapmak demektir. Bu nedenle mikro iktisatta karar alma (ya da seçim yapma) problemleri kısıtlı optimizasyon problemi olarak tanımlanır. Kısıtlı optimizasyon problemlerinin iki ana unsuru vardır: amaç fonksiyonu ve problemin kısıdını oluşturan amaca ulaşmanın önceden belirlenmiş alternatif yolları. Bunlar verilmişse alternatifler arasında amaca ulaşmanın en uygun yolunu seçebiliriz. Bu bölümün amacı tüketicinin amaç fonksiyonunu ve kısıdını belirlemektir.

İçindekiler:

- 2.1 Tercihler
- 2.2 Fayda Fonksiyonu
- 2.3 Marjinal İkame Oranı
- 2.4 Marjinal Fayda
- 2.5 Bütçe Kısıdı

2.1 Tercihler

Tüketici davranışlarını mal sepetleri arasında seçim yapma probleminden türeteceğiz. Bir mal sepetini çeşitli malları belirli miktarlarda içeren bir paket gibi düşüneceğiz ve büyük harflerle göstereceğiz. Örneğin bir A sepeti iki ekmek, yarım kilo peynir ve bir kilo kıymadan oluşuyorsa

$A = (2 \text{ ekmek}, 0.5 \text{ kg peynir}, 1 \text{ kg kıyma})$

olarak yazılır. Eğer malların, sırasıyla ekmek, peynir ve kıyma olduğunu ve bunların birimlerini biliyorsak, mal sepetlerini gösterirken sadece miktarları yazmamız yeterli olur. Öyleyse

$A = (2, 0.5, 1)$

yazabiliriz. Buna göre $B = (1, 1, 2)$ mal sepeti bir ekmek, bir kilo peynir ve iki kilo kıymadan oluşur. Tüketici teorisinin temel özelliklerini iki mallı bir ortamda elde etmek mümkün olduğu için bundan sonra, x ve y olarak adlandıracığımız, iki mallı

duruma yoğunlaşacağız. Buna göre mal sepetleri düzlemde gösterebileceğimiz (x , y) gibi vektörlerdir. Örneğin

$$A = (x_1, y_1)$$

mal sepeti ya da vektörü x -malından x_1 birim, y -malından y_1 birim içerir. A sepeti/vektörü y - x düzleminde Şekil 2.1'deki gibi gösterilir. Dik ekseninde y -malının miktarı, yatay ekseninde x -malının miktarı ölçülür. Düzlemin sadece her iki malın pozitif miktarlarını gösterilir, çünkü mal sepetlerinin sadece pozitif miktarda mal içerdiği varsayılır.

Şimdi, tüketicinin önüne A ve B olmak üzere iki mal sepeti koyalım ve birini seçmesini isteyelim. Bu durumda

1. Tüketici A sepetini seçerse “tüketici A sepetini B sepetine tercih eder” denir ve APB yazılır,
2. Tüketici “Herhangi biri olabilir, fark etmez” derse “tüketici iki sepet arasında kayıtsızdır” denir ve AIB yazılır.

Bu tanımlarla tüketici teorisinin temel varsayımını ifade edebiliriz:

- Tüketici herhangi bir mal sepeti kümesi üzerinde bir (Tamlık) ve (Geçişlilik) özellikleri olan bir tercih-kayıtsızlık bağıntısına (P, I) sahiptir.

(Tamlık) A ve B herhangi iki sepet olmak üzere ya APB ya BPA ya da AIB olmalıdır.

Buna göre tüketici önüne çıkan her durumda karşılaştırma yaparak hangi sepeti tercih ettiğini ya da bunlar arasında kayıtsız olup olmadığını belirleyebilir. Tüketicinin “karar veremiyorum, aralarında seçim yapamıyorum” diyeceği iki mal sepeti yoktur.

(Geçişlilik) A , B ve C herhangi üç sepet olmak üzere

eğer APB ve BPC ise APC

eğer AIB ve BIC ise AIC

olmalıdır. Bunun anlamı tüketicinin tutarlı tercih sıralaması yapmasıdır. Eğer bir durumda A sepetini B sepetine, başka bir durumda B sepetini C sepetine tercih

ediyorsa; A ve C sepetleri önüne geldiğinde A sepetini C sepetine tercih etmelidir. Benzer bir yorum kayıtsızlık için de geçerlidir.

Bu iki özelliği sağlayan bağıntılara sıralama bağıntısı denir.¹ Reel sayı ikilileri üzerinde tanımlı $\geq$ bağıntısı tamlık ve geçişlilik özelliklerini sağlar (a, b, c reel sayılar olmak üzere ya $a \geq b$, ya $b \geq a$, ya da $a = b$ olmalıdır; $a \geq b$ ve $b \geq c$ ise $a \geq c$ 'dir.) Dolayısıyla herhangi bir reel sayı kümesi verildiğinde $\geq$ bağıntısı ile sayıları büyükten küçüğe (ya da tersi) sıralayabiliriz.

- Benzer şekilde tamlık ve geçişlilik özelliklerine sahip bir tercih-kayıtsızlık bağıntısı olan tüketici herhangi bir sayıda mal sepeti önüne geldiğinde, sepetleri en çok tercih edilenden en az tercih edilene (ya da tersi) sıralayabilir.

Yaptığımız varsayımın anlamı budur. Tercih-kayıtsızlık bağıntısına ilişkin yapılan iki standart varsayım daha vardır.

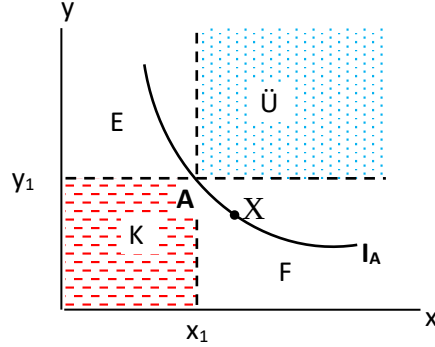
(Daha çok daha iyidir) Bir A sepeti B sepetine göre hiçbir maldan daha az içermiyor ve en az bir maldan daha fazla içeriyorsa $A \succ B$ olur.

Buna göre Şekil 2.1'de $\bar{U}$ bölgesindeki (sınırlar dahil) her sepet A sepetine tercih edilir, çünkü bu sepetler ya her iki maldan daha fazla ya da birinden A kadar, diğerinden daha fazla içerir. Öte yandan, A sepeti K bölgesinde (sınırlar dahil) yer alan her sepete tercih edilir. Ama “daha çok daha iyidir” prensibi ile E ve F bölgelerindeki (sınırlar hariç) sepetleri A ile doğrudan karşılaştıramayız; çünkü bu sepetler bir maldan daha az, diğerinden daha fazla içerir. Öte yandan tercihlerin tamlığı gereği tüketici bu sepetlerin hepsini A ile karşılaştırabilir ve bazılarını A'ya tercih eder, A'yı bazılarına tercih eder ya da A ile bazı sepetler arasında kayıtsızdır. Yani Şekil 2.1'de E ve F alanlarında yer alan ve tüketicinin bunlarla A sepeti arasında kayıtsız kaldığı mal sepetleri vardır. Bu sepetler kümesine kayıtsızlık eğrisi diyeceğiz ve aşağıdaki varsayımı yapacağız:

(Dışbükey kayıtsızlık eğrisi) Herhangi bir A sepetine tüketicinin aralarında kayıtsız kalması anlamında eşdeğer olan sepetler kümesine kayıtsızlık eğrisi denir. Kayıtsızlık eğrisi Şekil 2.1'de I_A eğrisi ile gösterildiği gibi negatif eğimlidir ve merkeze göre dışbükeydir. Buna göre I_A üzerindeki her X sepeti için XIA 'dır.

¹ Teknik olarak bir P bağıntısının sıralama bağıntısı olması için xPx olarak gösterilen ‘yansıma’ özelliği de olmalıdır ve burada sağlandığı varsayılır.

Kayıtsızlık eğrisinin varlığı ve negatif eğimli olması bize tüketicinin mallar arasında ikame olanağı olduğunu söyler.



Şekil 2.1 Tercihler ve Kayıtsızlık Eğrisi

Burada ikameden kasıt aynı kayıtsızlık eğrisi üzerinde kalacak şekilde malları birbirinin yerine koyabilmektir. Dolayısı ile kayıtsızlık eğrisi yoksa bu anlamda ikame olanağı da yok demektir. Bu konuya ve kayıtsızlık eğrisinin dışbükey olmasının anlamına aşağıda döneceğiz. Tercihlere ilişkin yapılan diğer bir varsayım da tercihlerin sürekli olduğudur. Buna göre, **APB** ve **CPA** ise B ve C’yi birleştiren doğru üzerinde **AID** olacak şekilde bir D sepeti vardır. Başka bir anlatımla Şekil 2.1’de Ü ve K bölgelerinde yer alan herhangi iki noktayı (sepeti) I_A kayıtsızlık eğrisini kesmeden birleştiremeyiz.

Kayıtsızlık eğrisi ve süreklilikle ilgili varsayımların anlamını “sözlüksel sıralamalı” (lexicographic) tercihler altında değerlendirmek yararlı olur. Sözlüksel sıralamalı tercih sıralamasına göre $A = (x_A, y_A)$ ve $B = (x_B, y_B)$ iki mal sepeti olmak üzere:

$x_A > x_B$ ise **APB** dir (y-malının ne kadar içerildiğinden bağımsız olarak A sepeti daha fazla x-malı içeriyorsa B sepetine tercih edilir)

$x_A = x_B$ ve $y_A > y_B$ ise **APB** dir (iki sepet de aynı miktarda x-malı içerirken, daha fazla y-malı içeren sepet diğerine tercih edilir.)

Buna göre $A = (1, 0)$, $B = (0.9, 10)$, $C = (1, 1.1)$ sepetleri sözlüksel sıralamalı tercihler altında **APB**, **CPA**, **CPB** olarak değerlendirilir. Bu tür bir tercih sıralaması biraz zorlama gibi görülse de aslında karşılaşılabılır durumları ifade edebilir.

Örneğin, yeni mezun bir iktisatçının aldığı iş tekliflerini (maaş, işin olduğu il) biçiminde sepetler olarak görürsek, burada sözlüksel sıralamalı tercihler söz konusu olabilir. Şöyle ki, genç iktisatçı maaşı daha yüksek olan bir işi hangi şehirde olduğuna bakmaksızın diğerine tercih ederken; maaşı aynı olan iki işten, diyelim, Ankara’da olanı tercih ediyor olabilir. Sözlüksel sıralamalı tercihler tamlık, geçişlilik ve “daha çok daha iyidir” özelliklerini sağlar (gösteriniz!) Ama dışbükey kayıtsızlık eğrisi, yani ikame olanaklarının varlığı, varsayımını sağlamaz. Genç iktisatçının (500, Ankara) sepeti ile aralarında kayıtsız kalacağı bir başka sepet yoktur (neden?) Dolayısıyla sözlüksel sıralamalı tercihler altında kayıtsızlık eğrisi yoktur ve sürekli de değildir. Şöyle ki, $A = (1, 1)$, $B = (0.9, 0.8)$ ve $C = (1.5, 1.5)$ ile APB ve CPA olduğu açıktır. B ve C sepetlerini birleştiren doğru A ile kayıtsız kalınan bir sepetten geçemez, çünkü A ile kayıtsız kalınan bir sepet yoktur. Dışbükey kayıtsızlık eğrileri ve süreklilik varsayımları bu tür tercihleri dışlar.

2.2 Fayda Fonksiyonu

Tüketici karşılaştığı her mal sepeti kümesini tercihlerine göre sıralayabildiğine göre, bu sıralamayı bize sepetlere birer sayı atfederek bildirmesini isteyebiliriz. Öyle ki daha büyük sayı atfedilen bir sepetin diğerine tercih edildiğini, iki sepete atfedilen sayılar aynı ise iki sepet arasında kayıtsız kalındığını anlayabilelim. Dolayısıyla eğer APB ve CIA ise $U(A)$ A sepetine, $U(B)$ B sepetine, $U(C)$ C sepetine atfedilen sayılar olmak üzere $U(A) > U(B)$ ve $U(C) = U(A)$ olmalıdır. Matematiksel iktisatta ispatlandığı gibi tamlık, geçişlilik ve süreklilik özellikleri olan bir tercih sıralaması sürekli bir fonksiyon ile temsil edilebilir. $U(x, y)$ olarak göstereceğimiz bu fonksiyona **fayda fonksiyonu** diyeceğiz. Fonksiyona “fayda fonksiyonu” denmesi tarihsel nedenlerledir ve burada söz konusu olan aslında bir tercih endeksi fonksiyonudur. Şöyle ki

$$U(x_1, y_1) > U(x_2, y_2) \text{ ise } (x_1, y_1)P(x_2, y_2)$$

$$U(x_1, y_1) = U(x_2, y_2) \text{ ise } (x_1, y_1)I(x_2, y_2)$$

demektir ve fonksiyonun sepetlere atfettiği sayıların bunun ötesinde bir anlamı yoktur. Dolayısıyla $U(x_1, y_1) = 5$, $U(x_2, y_2) = 0$, $U(x_3, y_3) = 1$ ise $(x_1, y_1)P(x_2, y_2)$, $(x_1, y_1)P(x_3, y_3)$ ve $(x_3, y_3)P(x_2, y_2)$ olduğunu anlarız. Ama bu fayda endeksi sıfır olan (x_2, y_2) sepetinin hiç fayda sağlamadığı ya da (x_1, y_1) sepetinin (x_3, y_3) sepetinden beş kat daha fazla fayda sağladığı anlamına gelmez. Yani tercih

sıralaması ordinal bir sıralamadır (Kutu 2.1’e bakınız). Ordinal bir tercih sıralamasını temsil eden bir $U(x, y)$ fonksiyonu varsa, bu fonksiyonun sıralamayı bozmayan her dönüşümü (karesini ya da küpünü almak gibi) aynı tercihleri temsil eder.

Örnek 2.1

Tercihleri $U(x, y) = xy$ fonksiyonu ile temsil edilen bir tüketiciyi ele alalım. Buna göre, örneğin, $(1, 1)$ sepetinin “faydası” yani tercih sıralamasındaki yeri, $U(A) = U(1, 1) = (1)(1) = 1$ sayısı ile gösterilir. Benzer şekilde $B = (2, 0.5)$ ve $C = (1, 2)$ sepetleri için $U(B) = 1$ ve $U(C) = 2$ olur. Buradan bu tüketici için AIB , CPA ve CPB olacağını anlarız. Tablo2.1’de dört sepetin $U = xy$ ile birlikte U fonksiyonunun sıralamayı bozmayan iki dönüşümü, S ve H fonksiyonları, altında aldıkları değerler gösterilmiştir. Buna göre örneğin $S(A) = S(B) < S(C)$ olduğuna göre daha önce olduğu gibi AIB , CPA ve CPB olacağını anlarız. Kısaca, hangi fonksiyon kullanılırsa kullanılsın AIB , CPA , DPC olduğu anlaşılır. Dolayısıyla her üç fonksiyon da aynı tercihleri temsil eder.

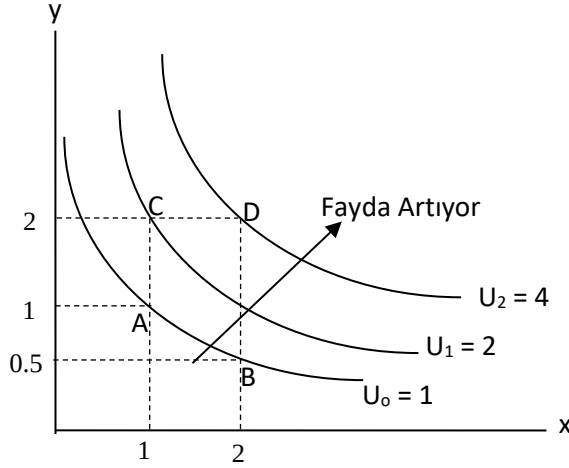
Tablo 2.1 Aynı tercihleri temsil eden fayda fonksiyonları				
	$A = (1, 1)$	$B = (2, 0.5)$	$C = (1, 2)$	$D = (2, 2)$
$U = xy$	1	1	2	4
$S = U^2 = x^2y^2$	1	1	4	16
$H = \ln U = \ln x + \ln y$	0	0	$\ln 2$	$2\ln 2$

Burada $U(C) = 2U(A)$ iken, $S(C) = 4S(A)$ olmasının “C sepeti A sepetine tercih edilir” anlamına gelen $U(C) > U(A)$ ve $S(C) > S(A)$ olmasının ötesinde bir anlamı olamayacağı açıktır.

Şimdi, kayıtsızlık eğrisini ilgili tercihleri temsil eden fayda fonksiyonu cinsinden ifade edersek, eğrinin denklemini

$$U(x, y) = U_0$$

olarak yazabiliriz. Çünkü tüketici kayıtsızlık eğrisi üzerindeki sepetler arasında kayıtsızdır ve hepsine aynı fayda endeksini atfeder. Denklem tercih sıralamasındaki yeri U_0 sayısı ile gösterilen sepetler kümesini tanımlamaktadır.

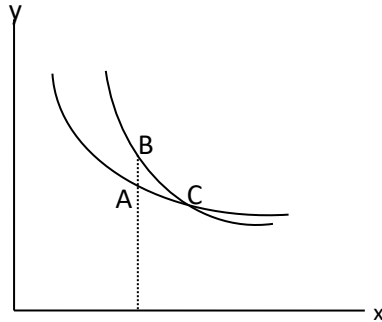


Şekil 2.2 Kayıtsızlık Paftası

Şekil 2.2’de $U(x, y) = xy$ ile temsil edilen tercihlerin kayıtsızlık eğrileri, Tablo 2.1’deki veriler kullanılarak, gösterilmiştir. A ve B sepetleri $U_0 = 1$ olmak üzere aynı kayıtsızlık eğrisi üzerindedir. C sepetiyse $U_1 = 2$ kayıtsızlık eğrisi üzerindedir. Düzlemde sonsuz sayıda kayıtsızlık eğrisi vardır ve kuzey-doğu yönünde (Şekil 2.2’de okla işaretli yönde) hareket edildiğinde daha fazla tercih edilen sepetlerin oluşturduğu kayıtsızlık eğrilerine gelinir. Şekil 2.2’de $H = \ln U$ fonksiyonunu kullanırsak $U_0 = 0$, $U_1 = \ln 2$, $U_2 = 2\ln 2$ ile gene aynı kayıtsızlık paftasını elde ederiz. Bu da faydanın ordinal olma özelliğinin kayıtsızlık paftası bağlamında ifade edilmesidir. Son bir önemli özellik de

- Yaptığımız varsayımlar altında kayıtsızlık paftasında yer alan kayıtsızlık eğrileri kesişemez

olarak ifade edilir. Bunu Şekil 2.3 üzerinde ispat edebiliriz. Geçişlilik özelliği olan bir tercih sıralamasının yarattığı kayıtsızlık paftasında iki farklı kayıtsızlık eğrisinin bir C noktasında kesiştiğini varsayalım. Bu durumda AIC olur çünkü A ve C sepetleri aynı kayıtsızlık eğrisi üzerindedir. Benzer şekilde BIC olur. AIC ve BIC olduğuna göre, geçişlilik özelliğinden AIB olmalıdır. Öte yandan, kurgu gereği B sepeti A ile aynı miktarda x-malı, ama daha fazla y-malı içerir ve “daha çok daha iyidir” varsayımı gereği BPA olmalıdır. Hem BPA hem de AIB olamayacağına göre varsayımlarımız kabul edildiğinde iki farklı kayıtsızlık eğrisi kesişemez demektir.



Şekil 2.3 Kayıtsızlık Eğrileri Kesişemez

Kutu 2.1 Kardinal ve Ordinal Sıralama

Bir sınıftaki öğrencileri boylarına göre sıralamak istediğimizi düşünelim. Okullarda her sabah yapıldığı gibi öğrencileri yer değiştirme yoluyla boy sırasına sokabiliriz. Bu sıralamayı bir kere yapınca öğrencilere daha büyük sayı daha uzun boy anlamına gelmek üzere birer sayı vererek, öğrencilerin tören alanında ilgili numaralı yerlerde durmasını isteyebiliriz. Örneğin, 50 kişilik bir sınıf olduğunu düşünürsek; en uzun boylu öğrenciye 50, sonrakine 49 vb. numaraları verebilirdik. Bu sıralama ordinaldir. Çünkü Ahmet'in 46, Ali'nin 35, Ayşe'nin 23 numaralarını almış olmaları Ahmet'in Ayşe'den iki kat daha uzun olduğu anlamına gelmez ve iki numara arasındaki farka bakarak öğrencilerin boyları arasında karşılaştırma yapamayız. Bu sayılara bakarak söyleyebileceğimiz tek şey Ahmet'in Ali'den, Ali'nin Ayşe'den uzun olduğu ve sıralamada daha arkada olacağıdır. Ordinal bir sıralamada sıralamayı bozmayan keyfi sayılar verebiliriz. Buna göre Ahmet için 100, Ayşe için 40, Ali için 55, sayıları da verebilirdik. Bu sayılarla da Ahmet'in Ali'den, Ali'nin Ayşe'den uzun olduğunu anlardık. Amaç sadece bir sıralamadaki yeri belirlemek olunca ordinal bir temsil yeterlidir.

Ama kumaş satan ya da alan biri için “bir top kumaş diğerinden uzundur” bilgisi yeterli değildir. Satıcı birinin diğerinden tam olarak ne kadar uzun olduğunu bilmek ister. Ağırlık ve uzunluk birime dayalı kardinal sıralamalardır. Ahmet 1.7 m. (ya da 170 cm) ve 90 kg., Ayşe 1.55 m (ya da 155 cm) ve 45 kg. ise Ahmet Ayşe'den 0.15 m. (ya da 15 cm) daha uzun ve iki kat daha ağırdır. Ağırlığı, diyelim İngilizlerin yaptığı gibi pound gibi başka bir birim cinsinden ölçmemiz Ahmet'in Ayşe'den iki

kat ağır olduğu gerçeğini değiştirmez. Birimler arası dönüşüm $1\text{kg} = 2.205\text{ pound}$ gibi doğrusal olduğu sürece de değişmez. Fayda kavramının ilk ortaya atıldığı 18. yüzyılda faydanın ağırlık gibi ölçülebileceği düşünölüyordu. Buna göre tüketici A sepetine 6, B sepetine 3 sayıları atfediyorsa A sepeti B sepetine göre iki kere daha kıymetlidir anlamına gelirdi. Yani faydanın ağırlık gibi birimi olmalıdır (zaten zamanın bazı iktisatçıları faydaya “util” dedikleri bir birim atfediyorlardı) ve mal sepetlerine atfedilen sayıların bu birim cinsinden farklarının anlamı ve önemi olmalıdır. Kişilerin bu anlamda bir fayda endeksi oluşturmalarının imkânsız olduğu açıktır. Modern iktisatta bu anlamda bir fayda kavramına gerek de yoktur.

Son olarak kardinalliğin ikinci bir anlamını belirtelim. Bilindiği gibi sıcaklık Santigrat (C) ve Fahrenheit (F) olarak ölçülebilir ve $F = 32 + (9/5)C$ dönüşüm formölü ile geçişler hesaplanır. Buna göre $0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$, $5^{\circ}\text{C} = 41^{\circ}\text{F}$, $10^{\circ}\text{C} = 50^{\circ}\text{F}$ olur. Dolayısıyla sıcaklığa göre sıralama, ağırlığa göre sıralama anlamında kardinal değildir. Ağırlığı bir birime göre sıfır olan bir cismin ağırlığı her birime göre sıfırdır. Ama sıcaklık için bu böyle değildir. Benzer şekilde sıcaklığı 10°C olan bir oda, 5°C olan bir odadan iki kere daha sıcaktır diyemeyiz. Çünkü sıcaklık Fahrenheit cinsinden ifade edilince bu oran değişir. Öte yandan sıcaklık sıralamalarına tamamen keyfi sayılar da veremeyiz. Bir odanın sıcaklığını 5°C 'dan 10°C 'a; ya da 41°F 'den 50°F çıkarmak için yakmamız gereken odun miktarı (daha teknik olarak gerekli ısı enerjisi) aynı olmalıdır. Dolayısıyla sıcaklığın farklı sıralamalarında mutlak farklar önemlidir. İşte bu anlamda sıcaklık kardinal bir sıralamadır. İleriki bölümlerde bazı durumlarda faydanın bu anlamda kardinal olabileceğini göreceğiz.

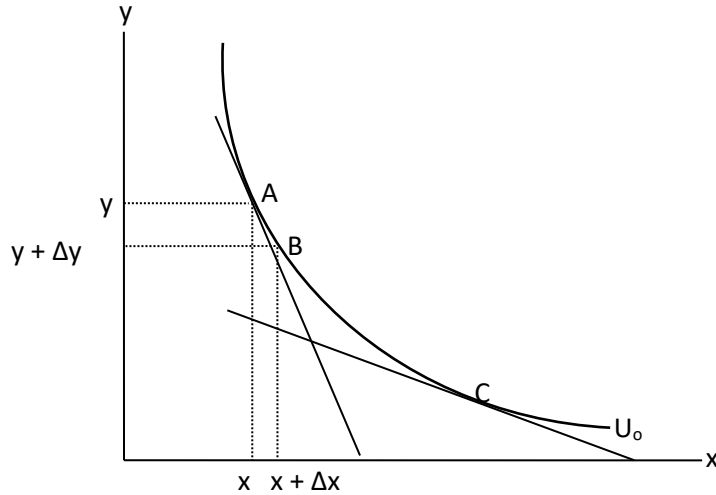
Aslında bu sıralama kavramları ne tür işlemler altında değişmez kaldıklarına göre tanımlanır:

- Monoton artan ($y = f(x)$, f hep artan bir fonksiyon) dönüşümler altında değişmeyen sıralamalar ordinaldir.
- Doğrusal ($y = ax$, $a > 0$ gibi) dönüşümler altında değişmeyen sıralamalar kardinaldir.
- Afin ($y = b + ax$, gibi) dönüşümler altında değişmeyen sıralamalar sıcaklık gibi sadece farkların önemli olduğu kardinal sıralamalardır.

Soru: Üniversite giriş sınavlarında yapılan puan sıralaması ordinal midir, kardinal midir? Eğer kardinalse, hangi anlamda kardinaldir?

2.3 Marjinal İkame Oranı

Kayıtsızlık eğrisinin varlığının ve negatif eğimli olmasının ikame olanağı anlamına geldiğini gördük. Bu ikamenin yapıldığı orana **marjinal ikame oranı** denir. Şekil 2.4'te U_0 kayıtsızlık eğrisi üzerinde $A = (x, y)$ sepetinden başlayarak tüketici $\Delta x > 0$ birim daha fazla x-malı için, $\Delta y < 0$ birim y-malından vazgeçerse, gene U_0 üzerinde $B = (x + \Delta x, y + \Delta y)$ sepetine gelir. Bu durumda tüketicinin $\Delta x > 0$ kadar daha fazla x-malı için Δy kadar y-malından vazgeçmeye razı olacağını söyleyebiliriz. Çünkü $U(B) = U(A)$ 'dır. Örneğin, $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.15$ ise ikame oranı $= 0.15/0.1 = 1.5$ olur: tüketici A noktasında biraz daha fazla x-malı için 1.5 birim y-malından vazgeçmeye razıdır.



Şekil 2.4 Marjinal İkâme Oranı

- (Marjinal İkame Oranı = MRS_{yx} = y-malı yerine x-malı ikame etme oranı) Tüketicinin aynı fayda düzeyinde kalacak şekilde (marjinal) bir birim daha fazla x-malı için vazgeçmeye razı olduğu y-malı miktarına marjinal ikame oranı denir. Karışıklık olmadığı sürece MRS_{yx} yerine sadece MRS yazacağız. MRS pozitif bir sayıdır ve tüketici açısından x-malının y-malı cinsinden öznel değeridir.

Örnek 2.2

Tercihleri $U = xy$ olan bir tüketiciyi ele alalım. $A = (1, 1)$ için $U(A) = 1$ olur. Şimdi bu tüketicinin marjinal bir birim (Δx) daha fazla x-malı için ne kadar y-malından vazgeçmeye razı olacağını hesaplayalım. Burada yapmamız gereken $(1, 1)$ sepeti ile kayıtsız kalınacak şekilde $B = (1 + \Delta x, 1 + \Delta y)$ sepeti bulmaktır. Fayda sabit kalacağına göre

$$U(B) = (1 + \Delta x)(1 + \Delta y) = 1$$

olmalıdır. Gerekli işlemi yaparsak:

$$1 + \Delta x + \Delta y + \Delta x \Delta y = 1,$$

buluruz. Yeterince küçük (marjinal) Δx değerleri için $\Delta x \Delta y$ 'i ihmal edersek

$$\Delta y = -\Delta x \rightarrow \Delta y / \Delta x = -1 \rightarrow MRS = 1$$

buluruz. Dikkat edilirse burada Δy için negatif bir değer buluyoruz: y azalmalıdır. Ama MRS pozitif bir sayıdır. Dolayısıyla $MRS = |\Delta y / \Delta x|$ olarak hesaplanır. Buna göre $A = (1, 1)$ noktasında tüketici, değişimler marjinal olmak üzere, iki malı bire bir ikame etmeye razı olur. Aynı hesaplamayı $U_0 = 1$ kayıtsızlık eğrisi üzerinde $C = (2, 0.5)$ noktasında yaparsak:

$$U(B) = (2 + \Delta x)(0.5 + \Delta y) = U(C) = 1 \rightarrow 1 + 0.5\Delta x + 2\Delta y + \Delta x \Delta y = 1$$

olur. Gene yeterince küçük değişiklikler için $\Delta x \Delta y$ 'i ihmal edersek

$$2\Delta y = -0.5\Delta x \rightarrow \Delta y / \Delta x = -0.25 \rightarrow MRS = 0.25$$

buluruz. Buna göre aynı kayıtsızlık eğrisi üzerinde $C = (2, 0.5)$ noktasında, yani tüketicinin elinde daha fazla x-malı varken, tüketici biraz daha fazla x-malı için sadece 0.25 birim y-malından vazgeçmeye razıdır.

Şekil 2.4'te Δx küçüldükçe U_0 üzerinde kalacak şekilde Δy 'nin ne kadar azalması gerektiğini U_0 kayıtsızlık eğrisine A noktasında teğet olan doğru üzerinde hesaplayabileceğimizi görüyoruz. Dolayısıyla

- Bir kayıtsızlık eğrisi üzerinde bir noktada MRS eğrinin o noktadaki mutlak değerce eğimine, yani eğriye o noktada teğet olan doğrunun mutlak değerce eğimine eşittir: $MRS = |\Delta y / \Delta x|$.

Şekil 2.4'te MRS A (ya da C) noktasında kayıtsızlık eğrisine o noktada teğet olan doğrunun mutlak değerce eğimidir. Ama C noktasındaki teğet daha yatıktır, dolayısıyla MRS daha küçük olur. Genel olarak

- (Azalan MRS prensibi/Dışbükey kayıtsızlık eğrisi) Dışbükey kayıtsızlık eğrisi üzerinde sağa-aşağıya (sola-yukarıya) hareket edildikçe MRS_{yx} azalır (artar). Bu, tüketicinin elindeki x-malı arttıkça (azaldıkça) biraz daha fazla x-malına y-malı cinsinden daha az (fazla) değer atfedeceği anlamına gelir.

‘Azalan MRS prensibi’ tercihlere ilişkin yaptığımız “dışbükey kayıtsızlık eğrisi” varsayımının MRS bağlamında karşılığıdır. Çünkü “dışbükeylik” artan eğim demektir. Buradaki gibi eğim negatifse, bu eğimin mutlak değerce azalacağı anlamına gelir. Son olarak aşağıda örneklendireceğimiz gibi

- MRS tercihlere hastır ve tercihlerin hangi fonksiyonla temsil edildiğinden bağımsızdır.

2.4 Marjinal Fayda

“Daha çok daha iyidir” varsayımı gereği bir malın miktarı sabitken diğer malın miktarında marjinal, yani küçük, bir artış tüketicinin daha fazla tercih edeceği bir sepet oluşturur yani tüketicinin faydasını artırır. Bu artışa marjinal fayda diyoruz.

- Bir malın marjinal faydası (MU) diğer malın miktarı aynı kalmak üzere, o maldan biraz daha fazla kullanmanın yol açtığı fayda artışıdır.

Genel olarak ‘marjinal’ değişimleri ‘ Δ ’ ile göstereceğiz ($\Delta Z = Z$ değişkeninde marjinal bir değişme). “Daha çok daha iyidir” varsayımına göre marjinal fayda pozitifdir ve MU_x ile MU_y ilgili malların marjinal faydalarını göstermek üzere

$\Delta U = MU_x \Delta x$ = y-malının miktarı sabitken, x-malının miktarında bir değişimin yarattığı fayda değişmesi,

$\Delta U = MU_y \Delta y$ = x-malının miktarı sabitken, y-malının miktarında bir değişimin yarattığı fayda değişmesi,

olur. Marjinal fayda kavramı genellikle fayda fonksiyonunun türevlenebilir olduğunu varsayımıyla birlikte ele alınır. Buna göre $U(x, y)$ fonksiyonunun kısmi türevleri vardır ve bunlar malların marjinal faydalarına eşittir:

$$x'e \text{ göre kısmi türev: } U_x = \frac{\partial U}{\partial x} = MU_x > 0$$

$$y'e \text{ göre kısmi türev: } U_y = \frac{\partial U}{\partial y} = MU_y > 0.$$

Burada açık olması gereken husus ordinal fayda kapsamında marjinal faydanın sayısal değerinin bir anlam ifade etmediğidir. Dolayısıyla x-malının marjinal faydasının 2 ya da 5 olması marjinal (Δx kadar) bir artışın faydayı 2 ya da 5 birim arttırması söz konusu değildir. Söz konusu olan marjinal fayda pozitif olduğuna göre mal miktarı artınca daha çok tercih edilen bir sepete geçileceğidir. Modern tüketici teorisi açısından marjinal fayda kavramına gerek de yoktur. Gerekli olan kavram yukarıda tanımladığımız MRS kavramıdır. Ancak, türevlenebilir fayda fonksiyonu varsayımı önemli anlatım kolaylıkları sağlar. Bunlardan biri MRS kavramını açıklamak ve hesaplamaktır. Şimdi, Şekil 2.4'te A ve B sepetleri aynı kayıtsızlık eğrisi üzerinde olduğuna göre

$$\Delta U = U(B) - U(A) = 0$$

olmalıdır. Öte yandan marjinal faydanın tanımından x ve y-mallarının miktarlarındaki değişikliklerin yol açacağı fayda değişmesi

$$\Delta U = MU_x \Delta x + MU_y \Delta y$$

olur. O halde A sepetinden B sepetine geçildiğinde

$$0 = MU_x \Delta x + MU_y \Delta y$$

olur. Buradan

$$\Delta y = -\frac{MU_x}{MU_y} \Delta x \rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{MU_x}{MU_y}$$

bulunur. Bu kayıtsızlık eğrisinin eğimidir ve negatiftir. MRS mutlak değerce kayıtsızlık eğrisinin eğimine eşit olduğuna göre:

- $MRS_{yx} = \frac{MU_x}{MU_y}$ olur.

Örnek 2.3

1) Fayda fonksiyonu $U = xy$ olan bir tüketici olsun. $U = xy$ fonksiyonunun, sırasıyla, ve y 'ye göre kısmi türevlerini alarak:

$$MU_x = U_x = y$$

$$MU_y = U_y = x.$$

bulunur. Buradan $U(x, y) = xy$ fayda fonksiyonu için

$$MRS_{yx} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y}{x}$$

olur. Örneğin, $U = 1$ kayıtsızlık eğrisi üzerinde

$$A = (1, 1) \rightarrow MRS = y/x = 1,$$

$$C = (2, 0.5) \rightarrow MRS = y/x = 0.5/2 = 0.25$$

olur (Örnek 2.2 ile karşılaştırınız).

2) Şimdi, Tablo 2.1'de $S = x^2y^2$ fonksiyonunun $U = xy$ ile aynı tercihleri temsil ettiğini gördük. Bu fonksiyona göre marjinal faydaları kısmi türev alma yoluyla hesaplırsak:

$$MU_x = U_x = 2xy^2$$

$$MU_y = U_y = 2x^2y$$

buluruz. Buradan

$$MRS_{yx} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{2xy^2}{2x^2y} = \frac{y}{x}$$

olur. Dolayısıyla bir tercih sıralamasının hangi fayda fonksiyonu ile temsil edildiği MRS 'yi etkilemez.²

² Genel olarak U bir fayda fonksiyonu ve $H = f(U)$, $f' > 0$, ise $MRS_H = H_x/H_y = f'U_x/f'U_y = U_x/U_y = MRS_U$ olur.

2.5 Bütçe Kısıdı

Satın alabileceği mallar üzerinde kısıt yoksa tüketici her maldan sınırsız miktarda talep eder. Bu “daha çok daha iyidir” prensibinin sonucudur. Anlamlı bir seçim yapma problemi tanımlamak için tüketicinin içinden seçim yapacağı kümenin kısıtlı olması gerekir. Tüketiciyi kısıtlayan nominal gelirdir. Tüketici malları bir fiyat ödeyerek satın alır ve bir dönem için sabit bir nominal geliri vardır. Burada “nominal” para cinsinden anlamındadır. Tüketicinin problemi nominal gelirini iki mal arasında tahsis etmektir. Önce

p_x = x-malının nominal (TL, dolar vb. cinsinden) fiyatı

p_y = y-malının nominal (TL, dolar vb. cinsinden) fiyatı

M = tüketicinin parasal ya da nominal (TL, dolar vb. cinsinden) geliri/dönem

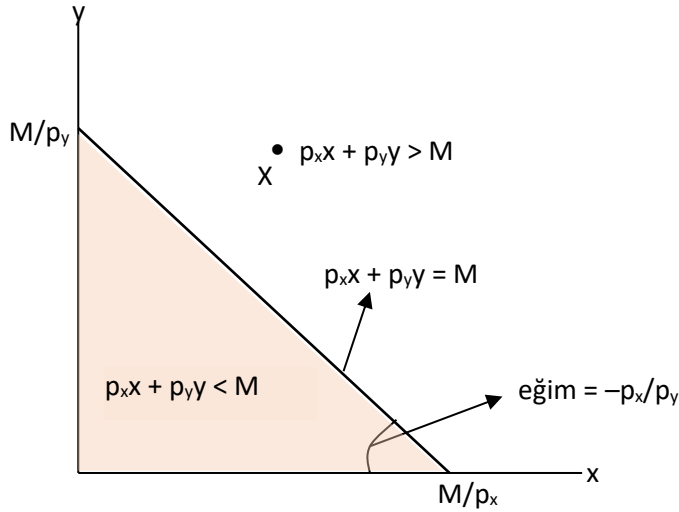
değişkenlerini tanımlayalım. Doğal olarak bütün nominal değişkenler aynı birim cinsinden ölçülür. Burada parasal gelirin birimine dikkat ediniz. “Benim 100 TL gelirim var” cümlesi eksiktir, çünkü 100 TL gelirin hangi dönem için (hafta, ay, yıl gibi) olduğu belirtilmemiştir. Cümle, örneğin, “Benim haftada 100 TL gelirim var” biçiminde olmalıdır. Bu tür değişkenlere “akım” değişkenler denir. Akım değişkenler birim/dönem olarak ölçülen değişkenlerdir (bir havuza akan suyun litre/saat olarak ölçülmesi gibi). Buna göre parasal gelir akım değişkendir. Dikkat edilirse “nominal,” para cinsinden demek olduğuna göre bütün değişkenleri, diyelim, dolar ya da Euro cinsinden de ifade edebiliriz. Bunun yapacağımız analizi etkileyemeyeceğini göreceğiz. Gerek olmadığı sürece bu değişkenleri ifade ederken birim kullanmayacağız.

Bir (x, y) sepetinin tüketiciye maliyeti

$$x\text{-malına yapılan harcama } (p_x x) + y\text{-malına yapılan harcama } (p_y y)$$

olur. Bu harcama tüketicinin nominal gelirini aşamaz.

- (Bütçe Kısıdı) Tüketici maliyeti nominal gelirini aşan mal sepetlerini seçemez. Buna göre bütçe kısıdını sağlayan bir sepetler için $p_x x + p_y y \leq M$ olmalıdır.
- (Bütçe Doğrusu) Maliyeti tüketicinin parasal gelirine eşit, $p_x x + p_y y = M$, olan sepetlerin kümesidir.



Şekil 2.5 Bütçe Kısıdı

Buna göre bütçe doğrusu, Şekil 2.5'te, $(0, M/p_y)$ ile $(M/p_x, 0)$ sepetlerini birleştiren doğrudur. M/p_y (M/p_x) tüketicinin bütün parasal gelirini y-malına (x-malına) harcaması durumunda alabileceği maksimum miktardır. Görüldüğü gibi bütçe doğrusu mal sepetlerini üç bölgeye ayırır: X gibi maliyeti M 'yi aşan ($p_x x + p_y y > M$), dolayısıyla tüketicinin satın alamayacağı, doğrunun sağ/üstünde kalan noktalar; bütçe doğrusunun üzerinde olup maliyeti M olan noktalar ve doğrunun altında kalan maliyeti M 'den az olan ($p_x x + p_y y < M$) noktalar.

- (Bütçe kümesi) Bütçe kısıdını sağlayan sepetlerden oluşan, tüketicinin içinden seçim yapabileceği kümeye bütçe kümesi denir. Şekil 2.5'te bütçe kümesi bütçe doğrusunun üzerinde ve altında kalan alandır.

Bütçe doğrusunun eğimi $(-p_x/p_y)$ 'dir. Eğim bize tüketicinin bütçe doğrusu üzerinde bir maldan daha fazla edinmek için diğer maldan vazgeçmesi (negatif eğim) gereken miktarı gösterir.

- Bütçe doğrusunun (mutlak değerce) eğimine, p_x/p_y , x-malının y-malı cinsinden göreceli fiyatı denir.

Örneğin, $p_x = 1.4$ TL, $p_y = 0.7$ TL ise $p_x/p_y = 2$ (birim y-malı/x-malı) olur ve nominal fiyatların ölçüldüğü birimden bağımsızdır. Bu da tüketici bir birim x-malı almak için 2 birim y-malından vazgeçmelidir, ya da bir birim x-malı alacağına 2 birim y-

malı alabilir, ya da bir birim y-malı alabilmek için 0.5 birim x-malından vazgeçmelidir demektir. Görelî fiyatın (p_x/p_y) yükselmesi, x-malı y-malı cinsinden daha pahalı (ya da y-malı x-malı cinsinden daha ucuz) olur anlamına gelir.

Özetlersek:

- Görelî fiyat bize tüketicinin iki malı hangi oranda ikame edebileceğinin piyasa tarafından belirlenen değerini verir. Buna göre bütçe doğrusu tüketicinin nesnel (piyasaca belirlenmiş) ikame olanaklarını, eğimi de ikamenin hangi oranda yapılabileceğini gösterir.

Örnek 2.4

Parasal geliri $M = 90$ TL/ay olan bir tüketici ele alalım. Malların fiyatları $p_x = 5$ TL ve $p_y = 6$ TL olsun. $X = (8, 10)$ sepetini ele alalım. Bu sepetin maliyeti $5 \times 8 + 6 \times 10 = 100$ TL'dir ve tüketicinin parasal gelirini aşar. Bir $B = (5, 10)$ sepetinin maliyeti ise 85 TL'dir ve tüketici bu sepeti alırsa bütün gelirini harcamamış olur. Öte yandan,

$$p_x x + p_y y = 5x + 6y = 90$$

koşulunu sağlayan $C = (6, 10)$ gibi sepetler bütçe doğrusu üzerinde yer alan sepetlerdir. Bu bütçe doğrusu için Şekil 2.5'te $M/p_y = 15$, $M/p_x = 18$ olur. Bütçe doğrusunun eğimi (mutlak değerce)

$$p_x/p_y = 5/6$$

olur. Yani tüketici bir birim x-malı için 5/6 birim y-malından vazgeçmelidir. Ya da bir birim y-malından vazgeçerse 1.2 birim x-malı alabilir: $p_y/p_x = 6/5$.

ÖZET:

- ✓ Tüketici denilen karar biriminin mal sepetleri üzerinde tanımlı tamlık ve geçişlilik özellikleri olan tercihleri vardır. Tüketici önüne gelen mal sepetleri arasından bu tercihlere göre en çok tercih ettiği sepeti belirleyebilir. Her maldan daha fazla ya da en az bir maldan daha fazla ve diğer mallardan aynı miktarda içeren bir mal sepeti diğerine tercih edilir. Bu özellik ‘daha fazla daha iyidir’ diye bilinir.
- ✓ Tüketicinin aralarında kayıtsız kaldığı mal sepetlerinden oluşan kümeye kayıtsızlık eğrisi denir. Kayıtsızlık eğrisi negatif eğimlidir ve tercihlerin içbükey olduğu varsayımıyla merkeze göre dışbükey bir eğridir. Farklı kayıtsızlık eğrileri kesişmezler.
- ✓ Kayıtsızlık eğrisinin negatif eğimli olması aynı eğri üzerinde iki sepetten biri bir maldan daha fazla içeriyorsa, başka bir maldan daha az içeriyor olmalıdır anlamına gelir. Dolayısıyla aynı kayıtsızlık eğrisi üzerinde x-malından Δx kadar daha fazla, y-malından Δy kadar daha az içeren bir sepete geçilmesi y-malı yerine $\Delta y/\Delta x$ oranında x-malı ikame ediliyor demektir. Bu $\Delta y/\Delta x$ oranı ‘MRS = Marjinal İkame Oranı’ olarak bilinir ve mutlak değerce kayıtsızlık eğrisinin eğimine eşittir.
- ✓ Dışbükey kayıtsızlık eğrisi azalan MRS anlamına gelir. Buna göre başlangıç sepeti daha fazla x-malı içerdiği ölçüde tüketicinin biraz daha fazla x-malı için vazgeçeceği y-miktarı azalır.
- ✓ Fayda fonksiyonu mal sepetlerinin tercihlere göre sıralanmasının sayısal olarak ifade edilmesidir. Tercih sıralamasında daha üstte olan sepetlere daha büyük sayılar verecek şekilde oluşturulan her sayısal gösterim aynı tercihleri temsil eder. Fayda fonksiyonu ordinaldir: sepetlere verilen sayıların tercih sıralamasında yer belirleme dışında bir anlamı yoktur.
- ✓ Türevi olan fayda fonksiyonları için kısmi türevleri ilgili malın marjinal faydası olarak bilinir. Marjinal faydalar pozitifdir çünkü ‘daha çok daha iyidir’. İki malın marjinal faydaları MU_x ve MU_y olmak üzere $MRS = |\Delta y/\Delta x| = MU_x/MU_y$ olarak hesaplanır.
- ✓ Tüketici yapacağı seçimlerde bir başlangıç kaynağı ile sınırlıdır. Birçok durumda bu kaynağın tüketicinin bir dönem için parasal (nominal) geliri (M) olduğunu düşüneceğiz. Buna göre tüketicinin bir dönem içinde mallara yapacağı harcama bu parasal geliri aşamaz. Malların fiyatları p_x ve p_y olarak verilmişse bu kısıt $p_x x + p_y y \leq M$ olarak ifade edilir.
- ✓ Bütçe kısıdını tam olarak sağlayan sepetler denklemi $p_x x + p_y y = M$ olan bütçe doğrusu üzerinde yer alır. Bütçe doğrusunun eğimi $(-p_x/p_y)$ olarak hesaplanır. Bu eğimin mutlak değeri x-malının y-malı cinsinden görelî fiyatıdır ve bütçe doğrusu üzerindeki ikame oranını verir.

Problemler

1. Tercihleri $U = x + y$ fayda fonksiyonu ile temsil edilen bir tüketici olsun.

a. $A = (1, 1)$, $B = (0, 2)$, $C = (1, 2)$ sepetleri bu tercihlerle nasıl sıralanırdı?

b. Yukarıdaki sepetlerden hangileri aynı kayıtsızlık eğrisi üzerindedir?

c. $U = 3$ kayıtsızlık eğrisi üzerinde 4 sepet belirleyiniz.

d. Bu tüketici için MRS'yi bulunuz. Bu tercihler azalan MRS prensibini sağlıyor mu?

Bu problemi $U = 2x + y$ ve $U = 2xy$ fayda fonksiyonları için tekrar ediniz.

2. Aşağıdaki fayda fonksiyonları için MRS'yi bulunuz:

a) $U = x^2y$ b) $U = xy^2$ c) $U = \ln x + \ln y$ d) $U = x^2y^4$

3. Aşağıdaki fayda fonksiyonlarından hangileri $U = xy$ ile aynı tercihleri temsil eder?

a. $U = 2xy$ b. $U = 4x^2y^2$ c. $U = xy + 1$ d. $U = x^2y^3$

4. Aşağıdaki verileri kullanarak bütçe doğrularını aynı şekil üzerinde gösteriniz. İki bütçe doğrusu arasında nasıl bir ilişki vardır? Her durumda tüketicinin alamayacağı, parasının tamamını harcayarak alabileceği ve parasının hepsini harcamadan alabileceği sepetler belirleyiniz.

a. $M = 40$, $p_x = 2$, $p_y = 4$

b. $M = 50$, $p_x = 2$, $p_y = 4$

5. Aşağıdaki verileri kullanarak bütçe doğrularını aynı şekil üzerinde gösteriniz. Bütçe doğruları arasında nasıl bir ilişki vardır? Her durumda görel mal fiyatını belirleyiniz.

a. $M = 40$, $p_x = 2$, $p_y = 4$

b. $M = 40$, $p_x = 2$, $p_y = 5$

c. $M = 20$, $p_x = 1$, $p_y = 2$

6. Bir x-malının y-malı cinsinden görel fiyatı 2, z-malının y-malı cinsinden görel fiyatı 3 ise, x-malının z-malı cinsinden görel fiyatı kaçtır?

7. Bir x-malının nominal fiyatı 2 TL ve y-malı cinsinden görel fiyatı 2 olarak verilmektedir. Bir z-malının y-malı cinsinden görel fiyatı 3 ise, z-malının nominal fiyatı nedir?

Seçilmiş Problemlerin Çözümü

1. (d) Aynı kayıtsızlık eğrisi üzerinde $x + y$ sabit olduğuna göre x bir birim artınca, y bir birim düşmelidir, yani $MRS = 1$ olur ve sabittir. Benzer şekilde $U = 2x + y$ için $MRS = 2$ olur. Ama $U = 2xy$ için $MRS = y/x$ olur (Örnek 2.3) ve azalandır.

2. Örnek 2.3.

3. Ordinal sıralama monoton artan dönüşüm ile bozulmaz. Buna göre $U = xy$ olmak üzere $2U$, $4U^2$, $U + 1$ dönüşümleri sıralamayı etkilemez. Ama (d) şıkkındaki fonksiyon $U = xy$ 'nin monoton artan bir dönüşümü ile elde edilemez. Aynı tercihleri temsil eden fayda fonksiyonları için MRS aynıdır. Ama $U = xy$ için $MRS = y/x$ iken $U = x^2y^3$ için $(2/3)y/x$ olur.

6. $p_x/p_y = 2$ ve $p_z/p_y = 3$ olduğuna göre $p_x/p_z = (p_x/p_y)/(p_z/p_y) = 2/3$ olur.

7. $p_x = 2$, $p_x/p_y = 2$ ve $p_z/p_y = 3$ olduğuna göre $p_y = 1$ olmalıdır ki bu da $p_z = 3$ demektir.